

## Ο κομήτης του Halley και η έλλειψη

**Βέλτιστο  
Σενάριο**

**Γνωστικό αντικείμενο:**

Μαθηματικά (ΔΕ)

**Δημιουργός Σεναρίου:** ΙΩΑΝΝΗΣ ΧΑΛΙΔΗΣ (Εκπαιδευτικός)

**ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ**  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

## Σημείωση

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν αυτόματης δημιουργίας και εκτύπωσης του Ψηφιακού Διδακτικού Σεναρίου με Τίτλο: «**Ο κομήτης του Halley και η έλλειψη**».

Δημιουργήθηκε στις **07/15/2015 - 11:32** και έχει υποστηρικτικό ρόλο στο έργο του εκπαιδευτικού.

Δεν αντικαθιστά το Ψηφιακό Διδακτικό Σενάριο, το οποίο περιέχει όλο το Διαδραστικό Περιεχόμενο και αξιοποιεί τις ψηφιακές δυνατότητες της Πλατφόρμας «Αίσωπος».

Το σενάριο αυτό έχει χαρακτηριστεί ως «Βέλτιστο» ύστερα από αξιολόγηση από δύο αξιολογητές και είναι αναρτημένο με το πλήρες ψηφιακό περιεχόμενό του στην Πλατφόρμα «Αίσωπος».

Το Διαδραστικό Ψηφιακό Διδακτικό Σενάριο με το πλήρες ψηφιακό περιεχόμενό του βρίσκεται στον σύνδεσμο:

<https://aesop.iep.edu.gr/node/12154>

Επισημαίνεται ότι τα σενάρια της Πλατφόρμας «Αίσωπος» διακρίνονται σε:

**Υποδειγματικά Σενάρια:** Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια που έχουν προκύψει από επιστημονικές επιτροπές εμπειρογνομώνων (Εκπαιδευτικοί Αυξημένων Προσόντων, Σχολικοί Σύμβουλοι, Μέλη ΔΕΠ / Επιστημονικό Προσωπικό του ΙΕΠ).

**Βέλτιστα Σενάρια:** Αξιολογημένα Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια εκπαιδευτικών με βαθμολογία άνω των 70 μονάδων.

**Επαρκή Σενάρια:** Αξιολογημένα Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια εκπαιδευτικών με βαθμολογία από 50 έως 70 μονάδες.

### ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΕΡΓΟΥ

ΠΡΑΞΗ: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης» - MIS: 479325, ΣΑΕ: 2014ΣΕ24580051.

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

Η Πλατφόρμα Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής, Αξιολόγησης και Παρουσίασης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος», αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης.

**Ομάδα Επιστημονικής και Διοικητικής Εποπτείας της Πράξης:**

**Επιστημονικός Υπεύθυνος Πράξης για τις Δράσεις που αφορούν το Ι.Ε.Π:** Ιωάννης Σταμουλάκης, Φιλολόγος, Σύμβουλος Α' Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

**Υπεύθυνος Υποέργου 1:** Ιωάννης Σταμουλάκης, Φιλολόγος, Σύμβουλος Α' Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

**Υπεύθυνος Υποέργου 2:** Νικόλαος Γραμμένος, Πληροφορικός, Σύμβουλος Γ' Ι.Ε.Π.

**Υπεύθυνος Υποέργου 3:** Νικόλαος Γραμμένος, Πληροφορικός, Σύμβουλος Γ' Ι.Ε.Π.

**Επιστημονική Συντονίστρια των ειδικών επιστημόνων του Υποέργου 1:** Βασιλική Καραμπέτσου, Φιλολόγος, Εισηγήτρια Ι.Ε.Π.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

## Φύλλα Εργασίας Σεναρίου

Το παρόν ψηφιακό σενάριο περιέχει φύλλα εργασίας, τα οποία είναι συνημμένα στο αρχείο «PDF» και μπορείτε να τα ανοίξετε κάνοντας διπλό κλικ πάνω στο εικονίδιο.

- 1η Φάση: [sta hnaria toy komiti toy halley yposthriktiko 1.pdf](#)
- 2η Φάση: [fyllo ergasias d1d2.pdf](#)
- 3η Φάση: [fyllo ergasias 1.docx](#) , [ekkentrothta.pdf](#)
- 4η Φάση: [fyllo ergasias 2.docx](#)

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ε.Θ.

## Γενική Περιγραφή Σεναρίου

### Γνωστικό Αντικείμενο

Μαθηματικά (ΔΕ) (Γενικό Λύκειο)

### Εκπαιδευτικό Πρόβλημα

Η μελέτη κωνικών τομών είναι ένας συναρπαστικός και σημαντικός κόσμος των Μαθηματικών με μια πληθώρα εφαρμογών σε άλλες επιστήμες (ιατρική, αστρονομία κλπ). Το παρόν σενάριο ασχολείται με τη μελέτη της έλλειψης και των χαρακτηριστικών της μέσα από ένα αστρονομικό φαινόμενο, την τροχιά του κομήτη του Halley. Ξεκινώντας από την τροχιά του κομήτη εισάγουμε μέσα από διερεύνηση και συζήτηση με χρήση του λογισμικού geogebra την έννοια της έλλειψης.

Το σενάριο χρησιμοποιούνται δραστηριότητες διερευνητικής μάθησης, συζήτησης, οπτικής παρουσίασης και πειραματισμού, στις οποίες οι μαθητές εμπλέκονται είτε ατομικά ή σε ομάδες των δύο ατόμων. Το λογισμικό geogebra με χρήση παρουσίασης 3D μας βοηθά να υπερνικήσουμε την μαθηματικοφοβία μια και μελέτες\* έχουν δείξει ότι η μικρή αντίληψη του επιπέδου και του χώρου συσχετίζονται με αυτήν\*\*. Επιπλέον θα λέγαμε ότι οι μαθητές μπορούν να διαπραγματευτούν τα γεωμετρικά προβλήματα αποτελεσματικά αν έχουν την ευκαιρία να εργαστούν με οπτική αντιμετώπιση του προβλήματος και όχι αφηρημένα\*\*\*.

\* Ljubica Diković, *Applications GeoGebra into Teaching Some, Topics of Mathematics at the College Level, ComSIS Vol. 6, No. 2, December 2009*

\*\* Tobias S. ,1978, *Overcoming Math Anxiety, New York: W. Norton Co.*

\*\*\* Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών, Μπάμπης Τουμάσης, εκδ. Gutenberg,1994

### Γενική περιγραφή περιεχομένου

Μια απο τις δυσκολότερες έννοιες των μαθηματικών της Β Λυκείου είναι η εισαγωγή και οπτικοποίηση των κωνικών τομών όπως η έλλειψη. Λόγω της στενότητας χρόνου και της πληθώρας των χαρακτηριστικών που πρέπει να αναφερθούν υπάρχουν δυσκολίες στην διδασκαλία της έννοιας αυτής. Τα σύγχρονα μέσα διδασκαλίας μας δίνουν τεράστιες δυνατότητες πειραματισμού και οπτικοποίησης του θέματος.

### Διδακτικοί Στόχοι

- Η ανακάλυψη της εξίσωσης της έλλειψης μέσα από ένα αστρονομικό φαινόμενο.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

- Η διαμόρφωση κουλτούρας έρευνας και διαλόγου μέσα στην τάξη.
- Η ανάδειξη των μαθηματικών εννοιών ως εργαλείο περιγραφής και εξήγησης του κόσμου που μας περιβάλλει

### **Λέξεις κλειδιά που χαρακτηρίζουν τη θεματική του σεναρίου**

- Τροχιά
- έλλειψη
- εξίσωση
- εφαπτομένη
- εκκεντρότητα
- μικρός και μεγάλος άξονας
- εστίες.

### **Υλικοτεχνική υποδομή**

Υπολογιστής, προτζέκτορας, λογισμικό geogebra

### **Τυπικός χρόνος αλληλεπίδρασης με το εκπαιδευτικό σενάριο σε διδακτικές ώρες για δουλειά εντός του σχολείου**

2 ώρες

### **Πνευματικά δικαιώματα ή άλλοι αντίστοιχοι περιορισμοί**

ΕΛΕΥΘΕΡΟ ΠΡΟΣ ΧΡΗΣΗ

### **Εκτιμώμενο Επίπεδο Δυσκολίας**

Μέτριας δυσκολίας

### **Τύπος Διαδραστικότητας**

Ενεργός μάθηση

### **Επίπεδο Διαδραστικότητας**

μεσαίο

### **Προτεινόμενη ηλικιακή ομάδα**

15-18

### **Εκπαιδευτική Βαθμίδα που απευθύνεται το σενάριο**

Γενικό Λύκειο

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

## Σύνοψη φάσεων σεναρίου:

### 1η Φάση: Γνωριμία με τον κομήτη του Halley

**Χρονική Διάρκεια:** 8λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Σχολική τάξη, χρήση προτζέκτορα.

**Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:**

1. Γνωριμία με τον κομήτη μέσω διαδικτύου.

### 2η Φάση: Ανακάλυψη της ιδιότητας της έλλειψης.

**Χρονική Διάρκεια:** 15λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Τάξη

**Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:**

1. Ανακάλυψη της ιδιότητας.(1ο βίντεο)
2. Ανακάλυψη της ιδιότητας.
3. Ορισμός έλλειψης

### 3η Φάση: Η εξίσωση και τα στοιχεία της έλλειψης

**Χρονική Διάρκεια:** 20λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Τάξη

**Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:**

1. Εξίσωση έλλειψης
2. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ ΛΑΘΟΥΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΕΙΨΗ

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Σχέσεις παραμέτρων

4. Εύρεση εφαπτομένης της έλλειψης.
5. ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ ΚΕΝΟΥ
6. Εύρεση εκκεντρότητας από την εξίσωση της έλλειψης

## 4η Φάση: Άλλες μορφές έλλειψης

**Χρονική Διάρκεια:** 20λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Τάξη

**Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:**

1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ 1
2. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ 2
3. Εύρεση εστιών έλλειψης
4. Όμοιες ελλείψεις
5. Συμμετρίες στην έλλειψη
6. ΕΛΛΕΙΨΕΙΣ ΜΕ ΕΣΤΙΕΣ ΣΤΟΝ  $y'y$

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

# 1η Φάση: Γνωριμία με τον κομήτη του Halley

**Χρονική Διάρκεια:** 8λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Σχολική τάξη, χρήση προτζέκτορα.

Γνωριμία με τον κομήτη και τα χαρακτηριστικά του μέσα από την ιστορία με την βοήθεια του επισυναπτόμενου αρχείου. Αιχμαμαλωτίζουμε την προσοχή του μαθητή κάνοντας μια μη-μαθηματικοποιημένη εισαγωγή. Μπορούμε να ενσωματώσουμε μαθητές χωρίς ιδιαίτερες μαθηματικές ικανότητες. Στο τέλος θα πρέπει να επικεντρώσουμε την συζήτηση μας γύρω από το θέμα της **τροχιάς\***.

Όταν ένα υλικό σημείο ή σώμα κινείται, αλλάζει θέση. Το σύνολο των διαδοχικών θέσεων από τις οποίες περνάει ένα κινούμενο σώμα βρίσκονται πάνω σε μια γραμμή. Η γραμμή αυτή ονομάζεται τροχιά της κίνησης. Σε μια ευθύγραμμη κίνηση η τροχιά του κινητού είναι μια ευθεία γραμμή. Υπάρχουν όμως και άλλες πιο σύνθετες κινήσεις στις οποίες η τροχιά είναι καμπυλόγραμμη, κυκλική ή **ελλειψοειδής**. Προκειμένου να σχεδιάσουμε την τροχιά ενός κινητού, θα πρέπει να γνωρίζουμε τη θέση του κάθε χρονική στιγμή. Ένα από τα σημαντικότερα επιτεύγματα της επιστημονικής κοινότητας είναι η θεωρητική πρόβλεψη της τροχιάς πλανητών και κομητών. **Η έννοια της τροχιάς θα οδηγήσει στην αναγκαιότητα του καθορισμού της.**

\* Douglas H. Clements & Julie Sarama, Learning Trajectories in Mathematics Education, Mathematical Thinking and Learning, Volume 6, Issue 2, 2004

Φύλλα εργασίας:

1. [sta\\_hnaria\\_toy\\_komiti\\_toy\\_halley\\_yposthriktiko\\_1.pdf](#)

1. **Γνωριμία με τον κομήτη μέσω διαδικτύου.**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 80

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1461#12155>

# 2η Φάση: Ανακάλυψη της ιδιότητας της έλλειψης.

**Χρονική Διάρκεια:** 15λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Τάξη

**Μετακινούμε** σε διάφορες θέσεις το σημείο  $M_1$  που παριστάνει τον κομήτη. Ζητάμε από τους μαθητές να μας πούν τι αλλάζει. Δείχνουμε-στρέφουμε την προσοχή στις αποστάσεις **d1** και **d2** από δύο σταθερά σημεία (τα ονομάζουμε εστίες) και ρωτάμε τι παρατηρούν. Πιθανόν να μας πουν το ένα αυξάνει και το άλλο μειώνεται

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.



αλλά αυτό δεν μας δίνει κάτι καθορισμένο. Με μια σειρά ερωτήσεων απαντήσεων ρωτάμε πόσο είναι το άθροισμα  $d_1+d_2$  αλλάζοντας συνεχώς την θέση του κομήτη. Καταλήγοντας ότι το άθροισμα

$$d_1+d_2=\text{σταθερό}=2\alpha$$

ρωτάμε τους μαθητές αν αυτό κατανοήθηκε παίρνοντας ακόμα μια τυχαία θέση του  $M_1$  και ζητάμε απο κάποιον μαθητή να το επιβεβαιώσει.

**Μεγάλη προσοχή θέλει η περίπτωση που το  $M1$  είναι εσωτερικό του ευθυγράμμου τμήματος  $E'E$  που σημαίνει ότι πάλι το άθροισμα  $d1+d2=\text{σταθερό}$ . Αρα θα πρέπει να συμπληρώσουμε στον ορισμό της έλλειψης**

$$E'E > d1+d2 \text{ δηλ. } E'E > 2\alpha.$$

Φύλλα εργασίας:

1. [fyllo\\_ergasias\\_d1d2.pdf](#)

1. **Ανακάλυψη της ιδιότητας.(1ο βίντεο)**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 68

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1462#12236>

2. **Ανακάλυψη της ιδιότητας.**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 68

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1462#12238>

**Σχόλιο:** Το αρχείο βίντεο δείχνει πως περίπου δουλεύει το αρχείο geogebra.

3. **Ορισμός έλλειψης**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 78

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1462#12789>

## 3η Φάση: Η εξίσωση και τα στοιχεία της έλλειψης

**Χρονική Διάρκεια:** 20λεπτά

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

**Χώρος Διεξαγωγής:** Τάξη

Χρησιμοποιήστε το αντίστοιχο πρώτο φύλλο εργασίας. Η εξίσωση της έλλειψης

$$x^2/\alpha^2 + y^2/\beta^2 = 1$$

είναι σχετικά περίπλοκη και με δύσκολη απόδειξη, άρα θα μπορούσαμε να την δώσουμε απευθείας αλλά τονίζοντας την σχέση των παραμέτρων  $\alpha$  και  $\beta$  με το σχήμα της έλλειψης (μεγάλος και μικρός άξονας αντίστοιχα). Θα μπορούσαμε βέβαια να επιβεβαιώσουμε αλγεβρικά αυτό θέτοντας  $x=0$  και  $y=0$ . Συνεπακόλουθα καλό θα ήταν στο σημείο αυτό να μιλήσουμε για τις κορυφές της έλλειψης (σημεία της έλλειψης με ελάχιστη και μέγιστη απόσταση απο την αρχή των αξόνων).

Προφανώς θα τονίσουμε την σχέση των  $\alpha, \beta, \gamma$

$$\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2$$

και ότι οι τρεις παράμετροι είναι θετικοί αριθμοί με  $\alpha > \beta$  και  $\alpha > \gamma$ . Έτσι

$2\alpha = \text{ΜΕΓΑΛΟΣ ΑΞΟΝΑΣ}$	$2\beta = \text{ΜΙΚΡΟΣ ΑΞΟΝΑΣ}$	$2\gamma = \text{ΕΣΤΙΑΚΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ}$
-----------------------------------	---------------------------------	-------------------------------------

Στην ολοκλήρωση του καθορισμού της μορφής της έλλειψης καθορίζουμε την εκκεντρότητα χρησιμοποιώντας αρχείο της *geogebra*.

Αλλάζοντας τις τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$  φαίνεται καθαρά η σχέση της εκκεντρότητας με το πόσο σφαιρική η μη-σφαιρική είναι η έλλειψη (στο φύλλο εργασίας το σχήμα της έλλειψης παρομοιάζεται με την κάτοψη μιας μπάλλας του ράγγμπυ). Χρησιμοποιήστε το δεύτερο φύλλο εργασίας.

Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι η γνώση των παραμέτρων μας οδηγεί και σε μια 'πρόχειρη' κατασκευή της έλλειψης\*.

Τέλος εισάγουμε την εξίσωση της εφαπτομένης έλλειψης στο σημείο της  $M(x_1, y_1)$ . Ενα ουσιαστικό σημείο εδώ είναι να τονίσουμε ότι το  $M$  είναι συγκεκριμένο σημείο της έλλειψης (σημείο επαφής) ενώ το τυχαίο σημείο  $A(x, y)$  είναι σημείο της εφαπτομένης. Μπορούμε πρόσθετα να μιλήσουμε και για εφαπτομένες στις κορυφές της έλλειψης π.χ. στην κορυφή  $A(\alpha, 0)$  η εξίσωση είναι  $x = \alpha$ .

\* όπως γράφει και ο Victor J. Katz στην *Ιστορία των Μαθηματικών (Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης, σελ.140)* αναφερόμενες στις Κωνικές Τομές και στον Απολλώνιοο <<στα κατασκευαστικά αιτήματα των Στοιχείων του Ευκλείδη είχαν προστεθεί νέα κατασκευαστικά αιτήματα>>. Συνεπώς έχουμε μια συνέχεια των γεωμετρικών κατασκευών που μάθαμε στην Α' Λυκείου σε πιο πολύπλοκα σχήματα.

**Φύλλα εργασίας:**

- [1. fyllo\\_ergasias\\_1.docx](#)

[ekkentrothta.pdf](#)

**1. Εξίσωση έλλειψης**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 80**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1463#12297>

**2. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ ΛΑΘΟΥΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΕΙΨΗ**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 78**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1463#12708>

**3. Σχέσεις παραμέτρων**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 72**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1463#12768>

**4. Εύρεση εφαπτομένης της έλλειψης.**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 72**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1463#12771>

**5. ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ ΚΕΝΟΥ**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 55**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1463#12773>

**6. Εύρεση εκκεντρότητας από την εξίσωση της έλλειψης**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 72**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1463#12778>

## 4η Φάση: Άλλες μορφές έλλειψης

**Χρονική Διάρκεια:** 20λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Τάξη

Πάλι με χρήση geogebra δημιουργούμε ελλείψεις με εστίες στον άξονα των τεταγμένων. Διατυπώνουμε πάλι τα προηγούμενα συμπεράσματα μας απλώς δείχνοντας ότι ουσιαστικά δεν αλλάζει τίποτα παρά η εναλλαγή των  $x$  σε  $y$  και του άξονα των τεταγμένων σε άξονα των τεταγμένων και αντίστροφα.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Θα πρέπει να επικεντρωθούμε στο ότι στην εξίσωση

$$y^2/a^2 + x^2/b^2 = 1$$

έχουμε εναλλαγή των  $x$  και  $y$ . Χρησιμοποιήστε το φύλλο εργασίας που είναι πανομοιότυπο με αυτό της προηγούμενης φάσης, απλώς έχουμε την έλλειψη με εστίες στον άξονα των τετμημένων. Δείτε το παρακάτω βίντεο που αναπαριστά την έλλειψη

$$y^2/100 + x^2/36 = 1$$

του φύλλου εργασίας.

Φύλλα εργασίας:

1. [fyllo\\_ergasias\\_2.docx](#)

## 1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ 1

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 116

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1464#12710>

**Διευκρίνιση:** Αν το σχήμα δεν είναι ορατό δεξί κλικ και επιλέξτε view image...

## 2. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ 2

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 116

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1464#12715>

## 3. Εύρεση εστιών έλλειψης

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 72

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1464#12780>

## 4. Όμοιες ελλείψεις

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 55

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1464#12782>

## 5. Συμμετρίες στην έλλειψη

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 78

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1464#12785>

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

## 6. ΕΛΛΕΙΨΕΙΣ ΜΕ ΕΣΤΙΕΣ ΣΤΟΝ γ'γ

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 68**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12154/1464#12828>



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ  
ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
ανάπτυξη στην κοινωνία της γνώσης  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



ΕΙΔΙΚΗ  
ΥΠΗΡΕΣΙΑ  
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ  
ΔΡΑΣΕΩΝ



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

