

Μήκος και εμβαδό κύκλου

**Βέλτιστο
Σενάριο**

Γνωστικό αντικείμενο:

Μαθηματικά (ΔΕ)

Δημιουργός Σεναρίου: ΓΙΑΝΝΟΥΛΑ ΠΑΓΙΑΒΛΗ (Εκπαιδευτικός)

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Σημείωση

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν αυτόματης δημιουργίας και εκτύπωσης του Ψηφιακού Διδακτικού Σεναρίου με Τίτλο: «**Μήκος και εμβαδό κύκλου**».

Δημιουργήθηκε στις **07/15/2015 - 11:47** και έχει υποστηρικτικό ρόλο στο έργο του εκπαιδευτικού.

Δεν αντικαθιστά το Ψηφιακό Διδακτικό Σενάριο, το οποίο περιέχει όλο το Διαδραστικό Περιεχόμενο και αξιοποιεί τις ψηφιακές δυνατότητες της Πλατφόρμας «Αίσωπος».

Το σενάριο αυτό έχει χαρακτηριστεί ως «Βέλτιστο» ύστερα από αξιολόγηση από δύο αξιολογητές και είναι αναρτημένο με το πλήρες ψηφιακό περιεχόμενό του στην Πλατφόρμα «Αίσωπος».

Το Διαδραστικό Ψηφιακό Διδακτικό Σενάριο με το πλήρες ψηφιακό περιεχόμενό του βρίσκεται στον σύνδεσμο:

<https://aesop.iep.edu.gr/node/12156>

Επισημαίνεται ότι τα σενάρια της Πλατφόρμας «Αίσωπος» διακρίνονται σε:

Υποδειγματικά Σενάρια: Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια που έχουν προκύψει από επιστημονικές επιτροπές εμπειρογνομόνων (Εκπαιδευτικοί Αυξημένων Προσόντων, Σχολικοί Σύμβουλοι, Μέλη ΔΕΠ / Επιστημονικό Προσωπικό του ΙΕΠ).

Βέλτιστα Σενάρια: Αξιολογημένα Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια εκπαιδευτικών με βαθμολογία άνω των 70 μονάδων.

Επαρκή Σενάρια: Αξιολογημένα Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια εκπαιδευτικών με βαθμολογία από 50 έως 70 μονάδες.

ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΕΡΓΟΥ

ΠΡΑΞΗ: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης» - MIS: 479325, ΣΑΕ: 2014ΣΕ24580051.

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

Η Πλατφόρμα Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής, Αξιολόγησης και Παρουσίασης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος», αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης.

Ομάδα Επιστημονικής και Διοικητικής Εποπτείας της Πράξης:

Επιστημονικός Υπεύθυνος Πράξης για τις Δράσεις που αφορούν το Ι.Ε.Π.: Ιωάννης Σταμουλάκης, Φιλολόγος, Σύμβουλος Α' Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

Υπεύθυνος Υποέργου 1: Ιωάννης Σταμουλάκης, Φιλολόγος, Σύμβουλος Α' Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

Υπεύθυνος Υποέργου 2: Νικόλαος Γραμμένος, Πληροφορικός, Σύμβουλος Γ' Ι.Ε.Π.

Υπεύθυνος Υποέργου 3: Νικόλαος Γραμμένος, Πληροφορικός, Σύμβουλος Γ' Ι.Ε.Π.

Επιστημονική Συντονίστρια των ειδικών επιστημόνων του Υποέργου 1: Βασιλική Καραμπέτσου, Φιλολόγος, Εισηγήτρια Ι.Ε.Π.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

Φύλλα Εργασίας Σεναρίου

Το παρόν ψηφιακό σενάριο περιέχει φύλλα εργασίας, τα οποία είναι συνημμένα στο αρχείο «PDF» και μπορείτε να τα ανοίξετε κάνοντας διπλό κλικ πάνω στο εικονίδιο.

- 1η Φάση: [fyllo 1.docx](#) , [fyllo 2.docx](#)
- 2η Φάση: [fyllo 3.docx](#) , [f aktin.docx](#)
- 3η Φάση: [femvad.docx](#) , [oloklirom.docx](#)

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Γενική Περιγραφή Σεναρίου

Γνωστικό Αντικείμενο

Μαθηματικά (ΔΕ) (Γενικό Λύκειο)

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Εκπαιδευτικό Πρόβλημα

Οι μαθητές, διαθέτοντας ένα αρχείο λογισμικού GEOGEBRA, στο οποίο ο διδάσκων παρουσιάζει ένα κύκλο μεταβλητής ακτίνας ρ και πολύγωνα εγγεγραμμένα και περιγεγραμμένα σ' αυτόν, με μεταβλητό πλήθος πλευρών n , θα μπορέσουν να παρατηρήσουν εποπτικά πως, καθώς αυξάνεται το n , τα πολύγωνα τείνουν να διαμορφώνουν κυκλικό σχήμα.

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την προσέγγιση των στοιχείων του κύκλου μέσω των εγγεγραμμένων και περιγεγραμμένων πολυγώνων σ' αυτόν και τον αριθμητικό προσδιορισμό της περιμέτρου και του εμβαδού του, ως τα κοινά όρια των περιμέτρων και των εμβαδών των πολυγώνων.

Ακολουθώντας, παρατηρώντας οι μαθητές την καμπύλη που διαγράφουν τα σημεία της μορφής (ρ, L) και (ρ, E) , αναμένεται να διαπιστώσουν τη γνωστή γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = \alpha \rho^2$ και κατά συνέπεια να αναδειχθεί ο αντίστοιχος μαθηματικός τύπος $L = 6,28\rho$ και $E = 3,14\rho^2$.

Στη συνέχεια προτείνονται δυο άλλες προσεγγίσεις των τύπων $L = 6,28\rho$ και $E = 3,14\rho^2$. Η πρόταση αυτή δεν έχει ως στόχο την επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων στα οποία κατέληξαν οι μαθητές στην προαναφερθείσα διαδικασία, (αν και μπορεί να λειτουργήσει προσθετικά), αλλά κυρίως, γιατί η μελέτη και διερεύνηση του μήκους κύκλου και του εμβαδού κυκλικού δίσκου άπτεται και άλλων μαθηματικών πεδίων και δίνεται η ευκαιρία και η δυνατότητα στους μαθητές, είτε να ανακαλέσουν και να επεξεργαστούν προγενέστερες γνώσεις, είτε να έρθουν σε επαφή με καινούργιες μαθηματικές έννοιες.

Πιο συγκεκριμένα:

Η προσέγγιση του τύπου $L = 6,28\rho$ προτείνεται να πραγματοποιηθεί με τη χρήση του ακτινίου, ως μονάδα μέτρησης.

Η προσέγγιση του τύπου $E = 3,14\rho^2$ προτείνεται να πραγματοποιηθεί με τη χρήση των πάνω και κάτω αθροισμάτων των ορθογωνίων.

Στον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας, ο διδάσκων, διαθέτοντας μόνο στατικά μέσα παρουσίασης, δηλ. τον πίνακα και την κιμωλία, είναι αδύνατον να κατασκευάσει εποπτικά τα εγγεγραμμένα και περιγεγραμμένα πολύγωνα σε ένα κύκλο και μάλιστα με αυξανόμενο πλήθος πλευρών. Έτσι καταφεύγει σε μια λεκτική περιγραφή της διαδικασίας και καλεί τους μαθητές να 'φανταστούν' αυτή τη προσεγγιστική διαδικασία και να 'δέχτούν' την ύπαρξη των κοινών ορίων, που επιπροσθέτως ορίζονται αριθμητικά **με αυθαίρετο τρόπο**.

Με τη βοήθεια των αναπαραστατικών εργαλείων που διαθέτει το αρχείο λογισμικού, λύνεται το κατασκευαστικό πρόβλημα, ο διδάσκων μπορεί να παρουσιάσει εγγεγραμμένα και περιγεγραμμένα πολύγωνα σε ένα κύκλο με αυξανόμενο πλήθος πλευρών.

Έτσι οι μαθητές θα διαπιστώσουν, 'ίδιαις όμμασι', καθώς επεμβαίνουν δυναμικά στο σχήμα, την τάση των εγγεγραμμένων και περιγεγραμμένων πολυγώνων να διαμορφώνουν κυκλικό σχήμα, καθώς αυξάνεται το

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

πλήθος πλευρών τους η και την ύπαρξη των κοινών ορίων, τα οποία θα ταυτίσουν, μέσω της εικόνας, με το μήκος κύκλου και το εμβαδόν κυκλικού δίσκου.

Ταυτόχρονα, η δυνατότητα του λογισμικού να υπολογίζει αυτόματα την περίμετρο και το εμβαδόν των πολυγώνων, οδηγεί τους μαθητές στον προσδιορισμό των κοινών τους ορίων και κατ' επέκταση στον αριθμητικό προσδιορισμό το μήκος κύκλου L και το εμβαδόν κυκλικού δίσκου E αντίστοιχα, και αυτό θα ήταν αδύνατον να επιτευχτεί στον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας.

Επιπροσθέτως, καθώς το λογισμικό παρέχει τη δυνατότητα "ζουμαρίσματος", οι μαθητές μπορούν να παρατηρήσουν εποπτικά τον μη "ακριβή" προσδιορισμό των ορίων, με επακόλουθο την διαπίστωση της άρρητης μορφής του αριθμού π .

Το ίδιο ισχύει και στην προσέγγιση του ημικυκλίου από τα πάνω και κάτω αθροίσματα των ορθογωνίων, ο προσδιορισμός του κοινού ορίου και η ταυτοποίηση του με το εμβαδόν.

Στη συνέχεια, ο μαθητής καλείται να ταυτίσει τους αριθμούς που πρόεκυψαν με το $2\pi r$ και πr^2 . Αυξομειώνοντας τις τιμές του r μέσω του δρομέα, τα ενεργά σημεία (r, L) και (r, E) διαγράφουν δυο γνωστές γραφικές παραστάσεις, των συναρτήσεων αντίστοιχα και κάνοντας χρήση ενός τυχαίου σημείου (r, L) και (r, E) , θα καθοριστούν οι τιμές των α και β και οι μαθητές αναμένεται να καταλήξουν στους τύπους $L=6,28r$ και $E=3,14r^2$.

Η παραπάνω διαδικασία που περιγράφηκε, μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο χάρη στη δυνατότητα του λογισμικού να παρέχει πολλαπλές και αλληλοεξαρτώμενες δυναμικές αναπαραστάσεις.

Όσον αφορά στην κατασκευή του ακτινίου, αυτή είναι εφικτή μόνο στο αρχείο λογισμικού, στο οποίο, ο μαθητής μετακινώντας το ένα άκρο του τόξου μέσω του δρομέα, μπορεί να επιτύχει να κατασκευάσει τόξο μήκος όσο η ακτίνα. Ταυτόχρονα η δυνατότητα που παρέχει το λογισμικό για αυτόματο αριθμητικό προσδιορισμό της αντίστοιχης επίκεντρης γωνία του, οδηγεί στον αριθμητικό προσδιορισμό του λόγου: $(360^\circ/\text{επίκεντρο γωνία})=6,28$ και κατ' αντιστοιχία στον λόγο $L/r=6,28$.

Αυτή η προσέγγιση βοηθά να κατανοήσουν και να εμβαθύνουν οι μαθητές στην έννοια του ακτινίου, την οποία έχουν ήδη συναντήσει στην τριγωνομετρία, αλλά είναι μια έννοια που τους δυσκολεύει και συχνά συγχέουν το 2π που είναι ο καθαρός αριθμός 6,28 με το $2\pi \text{rad}=(360^\circ)$.

Με την εφαρμογή της διδακτικής πορείας που περιγράφηκε και η οποία μπορεί να λάβει χώρα μόνο με τη χρήση του αρχείου λογισμικού, οι μαθητές καταλήγουν μόνοι τους στους ζητούμενους τύπους, μέσα από τον δυναμικό χειρισμό του σχήματος. Έτσι από παθητικοί αποδέκτες μιας γνώσης που δίνεται "a priori" και που απλώς πρέπει να αποστηθίσουν, γίνονται συμμετοχοί στην διδακτική διαδικασία, μέσα από την διερεύνηση, τον πειραματισμό και την προσωπική έρευνα.

Αναμένεται να συνειδητοποιήσουν ότι τα Μαθηματικά μπορούν να αποτελέσουν αντικείμενο προσωπικής διερεύνησης ότι δηλ. μπορεί να εικάσει, να υποβάλει τις εικασίες του σε δοκιμασία, να συμπεράνει και μέσα από την κοινωνική αποδοχή στα πλαίσια της τάξης να καταλήξει σε τεκμηριωμένα συμπεράσματα.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Αυτό δημιουργεί αφ' ενός μια εις βάθος κατανόηση των μαθηματικών εννοιών, που διαρκεί στο χρόνο και δημιουργεί τις προϋποθέσεις για επιτυχή εφαρμογή και επέκταση τους και αφετέρου ένα αίσθημα ικανοποίησης, που προέρχεται από την επιτυχή ολοκλήρωση μιας προσωπικής διεργασίας και αναζήτησης και μια θετική διάθεση απέναντι στο μάθημα.

Ταυτόχρονα η σύνδεση μαθηματικών πεδίων φαινομενικά ασύνδετων για τους μαθητές, της γεωμετρίας-τριγωνομετρίας(ακτίνιο)-γραφικές παραστάσεις-όρια-ορισμένο ολοκλήρωμα, καθώς και η δυναμική τους αλληλεξάρτηση μέσω των πολλαπλών αναπαραστάσεων, άρουν τον κατακερματισμό των μαθηματικών και την αποσπασματική τους παρουσίαση, που λαμβάνει χώρα στο παρόν αναλυτικό πρόγραμμα και θα οδηγήσουν τον μαθητή στη διαπίστωση ότι τα μαθηματικά λειτουργούν ως ένα ενιαίο και μεθοδικά δομημένο σύνολο.

Αυτό θα έχει ως επιθυμητό αποτέλεσμα την ανακατασκευή της λαθεμένης αντίληψης, ότι τα μαθηματικά αποτελούνται από ασύνδετες και διακριτές έννοιες, οι οποίες εφαρμόζονται εστιασμένα μόνο στο μαθηματικό πεδίο στο οποίο ήρθε ο μαθητής σε επαφή με αυτές και αδυνατεί να τις ανακαλέσει και να τις εφαρμόσει σε άλλα πεδία, θεωρώντας ότι δεν υπάρχει σχέση αλληλεξάρτησης τους.

Θα διαπιστώσει ότι η πορεία προσέγγισης για την κατάκτηση μιας μαθηματικής οντότητας δεν είναι μονόδρομος και αυτό έχει ως επιθυμητό αποτέλεσμα την ανάπτυξη της αντίληψης των εναλλακτικών επιλογών.

Άλλωστε η κατανόηση μιας μαθηματικής έννοιας αυξάνεται και βαθαίνει ανάλογα με το πλήθος των συνδέσεων που μπορεί να έχει με άλλες έννοιες, μέσα στο χώρο των Μαθηματικών.

Όσον αφορά τον ρόλο του εκπαιδευτικού, αυτός μεταβάλλεται καταλυτικά. Καταργείται η από καθ' έδρας διδασκαλία και ο διδάσκων δεν παρουσιάζεται ως αυθεντία και μοναδικός φορέας της γνώσης, την οποία παρέχει στους μαθητές, οι οποίοι οφείλουν να την δεχτούν και να την αποστηθίσουν. Αντιθέτως, η γνώση έρχεται μέσα από μια συλλογική διερεύνηση, κατά την οποία ο ρόλος του είναι συμβουλευτικός-καθοδηγητικός. Παρακινεί και εμψυχώνει τους μαθητές του να αναπτύξουν αυτενέργεια και τους παρέχει τα κατάλληλα ερεθίσματα ώστε να κατακτήσουν τη γνώση μέσα από τη δική τους νοητική επεξεργασία.

Η σχολική τάξη μετατρέπεται σε ένα εργαστήριο μαθηματικής έρευνας, διερεύνησης, πειραματισμού και στην διαδικασία μάθησης εμπλέκονται δυναμικά ο εκπαιδευτικός, οι μαθητές και τα τεχνολογικά εργαλεία.

Αλλά και με κοινωνικούς όρους, αυτή η αλληλεπίδραση των μαθητών μιας ομάδας, των ομάδων μεταξύ τους και του εκπαιδευτικού σ' αυτήν την διερεύνηση-αναζήτηση και η επίτευξη του στόχου μέσα από την κοινή προσπάθεια αναπτύσσει και επιβεβαιώνει την σπουδαιότητα και αποτελεσματικότητα της συνεργασίας.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Γενική περιγραφή περιεχομένου

Στο προτεινόμενο σενάριο οι μαθητές καλούνται να διαπραγματευτούν την προσέγγιση του κύκλου, μέσω πολυγώνων εγγεγραμμένων και περιγεγραμμένων σε αυτόν και να προσδιορίσουν τους τύπους του μήκους κύκλου και του εμβαδού κυκλικού δίσκου με δυο τρόπους, αφ' ενός διερευνώντας την παραπάνω διαδικασία και αφ' ετέρου κάνοντας χρήση της έννοιας του ακτινίου για το μήκος κύκλου και τα πάνω και κάτω αθροίσματα για το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

Διδακτικοί Στόχοι

- Να μπορούν να διατυπώσουν τους τύπους του μήκους κύκλου και του εμβαδού κυκλικού δίσκου.
- Να μπορούν να υπολογίζουν το μήκος κύκλου και το εμβαδόν κυκλικού δίσκου.
- Να έρθουν σε επαφή με την έννοια του ορίου και του ορισμένου ολοκληρώματος, μέσω της προσέγγισης.
- Να εξαγάγουν μαθηματικούς τύπους μέσω γραφικών παραστάσεων συμμεταβαλλόμενων μεγεθών.
- Να διαπιστώσουν την άρρητη μορφή του αριθμού π και τη διαφορά του 2π - $2\pi\text{rad}$.

Λέξεις κλειδιά που χαρακτηρίζουν τη θεματική του σεναρίου

- Μήκος κύκλου
- εμβαδό κύκλου
- αριθμός π

Υλικοτεχνική υποδομή

Το σενάριο προτείνεται να διεξαχθεί εξ ολοκλήρου στο εργαστήριο πληροφορικής ώστε οι μαθητές να μοιράζονται τους υπολογιστές και να μπορούν να πειραματίζονται οι ίδιοι, χωρισμένοι σε ομάδες. Η ύπαρξη προτζέκτορα για την παρουσίαση των κατασκευών και των αποτελεσμάτων, είτε από τις ομάδες, είτε από τον διδάσκοντα, μπορεί να λειτουργήσει βοηθητικά.

Τυπικός χρόνος αλληλεπίδρασης με το εκπαιδευτικό σενάριο σε διδακτικές ώρες για δουλειά εντός του σχολείου

3 ώρες

Πνευματικά δικαιώματα ή άλλοι αντίστοιχοι περιορισμοί

οχι

Εκτιμώμενο Επίπεδο Δυσκολίας

Δύσκολο

Τύπος Διαδραστικότητας

Ενεργός μάθηση

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Επίπεδο Διαδραστικότητας

υψηλό

Προτεινόμενη ηλικιακή ομάδα

15-18

Εκπαιδευτική Βαθμίδα που απευθύνεται το σενάριο

Γενικό Λύκειο

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Σύνοψη φάσεων σεναρίου:

1η Φάση: Προσέγγιση του κύκλου μέσω κανονικών πολυγώνων

Χρονική Διάρκεια: 45λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Το σενάριο προτείνεται να διεξαχθεί εξ ολοκλήρου στο εργαστήριο πληροφορικής .

Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:

1. ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΣΩ ΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΠΟΛΥΓΩΝΩΝ

2η Φάση: Μήκος κύκλου

Χρονική Διάρκεια: 75λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Το σενάριο προτείνεται να διεξαχθεί εξ ολοκλήρου στο εργαστήριο πληροφορικής.

Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:

1. ΣΥΜΜΕΤΑΒΟΛΗ ΜΗΚΟΥΣ ΚΥΚΛΟΥ-ΑΚΤΙΝΑΣ
2. ΜΗΚΟΣ ΚΥΚΛΟΥ-ΑΚΤΙΝΙΟ
3. ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ ΑΡΡΗΤΟΥ π
4. ΕΡΩΤΗΣΗ ΑΥΤΟΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ 1
5. ΕΡΩΤΗΣΗ ΑΥΤΟΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ 2

3η Φάση: Εμβαδό κύκλου

Χρονική Διάρκεια: 60λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Το σενάριο προτείνεται να διεξαχθεί εξ ολοκλήρου στο εργαστήριο πληροφορικής.

Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:

1. ΕΜΒΑΔΟ ΚΥΚΛΙΚΟΥ ΔΙΣΚΟΥ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

ΕΜΒΑΔΟ ΗΜΙΚΥΚΛΙΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΠΑΝΩ ΚΑΙ ΚΑΤΩ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΩΝ

3. ΕΡΩΤΗΣΗ ΑΥΤΟΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ 1
4. ΕΡΩΤΗΣΗ ΑΥΤΟΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ 2



Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.



1η Φάση: Προσέγγιση του κύκλου μέσω κανονικών πολυγώνων

Χρονική Διάρκεια: 45λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Το σενάριο προτείνεται να διεξαχθεί εξ ολοκλήρου στο εργαστήριο πληροφορικής .

Οι μαθητές, διαθέτοντας ένα αρχείο λογισμικού GEOGEBRA, στο οποίο ο διδάσκων παρουσιάζει ένα κύκλο μεταβλητής ακτίνας r και πολύγωνα εγγεγραμμένα και περιγεγραμμένα σ' αυτόν, με μεταβλητό πλήθος πλευρών n , θα μπορέσουν να παρατηρήσουν εποπτικά πως, καθώς αυξάνεται το n , τα πολύγωνα τείνουν να διαμορφώνουν κυκλικό σχήμα.

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την προσέγγιση των στοιχείων του κύκλου μέσω των εγγεγραμμένων και περιγεγραμμένων πολυγώνων σ' αυτόν και τον **αριθμητικό προσδιορισμό** της περιμέτρου και του εμβαδού του, ως τα κοινά όρια των περιμέτρων και των εμβαδών των πολυγώνων.

Με τα ερωτήματα που τίθενται στο φύλλο εργασίας 1, αναμένεται να έχουν διαπιστώσει οι μαθητές, την εποπτική προσέγγιση των πολυγώνων στην περιφέρεια του κύκλου.

Στην συνέχεια ο εκπαιδευτικός θέτει στην τάξη τον προβληματισμό, αν μπορούν να προσδιοριστούν αριθμητικά το μήκος κύκλου και το εμβαδόν κυκλικού δίσκου με βάση τα συμπεράσματα που πρόέκυψαν.

Αναμένεται να μας απαντήσουν ότι ο υπολογισμός αυτών συνδέεται με τον υπολογισμό των περιμέτρων και εμβαδών των πολυγώνων για ένα αρκετά μεγάλο n .

Κατόπιν εργαζόμενοι στο φύλλο 2 θα προβούν στο αριθμητικό προσδιορισμό του μήκους και του εμβαδού του κύκλου.

Φύλλα εργασίας:

1. [fyllo 1.docx](#)
2. [fyllo 2.docx](#)

1. ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΣΩ ΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΠΟΛΥΓΩΝΩΝ

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12156/1465#12186>

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

2η Φάση: Μήκος κύκλου

Χρονική Διάρκεια: 75λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Το σενάριο προτείνεται να διεξαχθεί εξ ολοκλήρου στο εργαστήριο πληροφορικής.

Ο εκπαιδευτικός θέτει στην τάξη τον προβληματισμό της εύρεσης τύπου, που να δίνει αυτόματα την αριθμητική τιμή των ζητούμενων μεγεθών, τονίζοντας πως, η προηγηθείσα διαδικασία απαιτεί αποκλειστικά χρήση του λογισμικού αρχείου και επομένως δεν είναι δόκιμη.

1. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΚΥΚΛΟΥ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Παρατηρώντας οι μαθητές την καμπύλη που διαγράφουν τα σημεία της μορφής (ρ, L) , αναμένεται να διαπιστώσουν τη γνωστή γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = \alpha \chi$ και κατά συνέπεια να αναδειχθεί ο αντίστοιχος μαθηματικός τύπος $L = 6,28\rho$.

Στο φύλλο εργασίας 1.

Στην ερ.1 αναμένεται να απαντήσουν ότι εξαρτάται από την ακτίνα του.

Στην ερ.2 ίσως χρειαστεί η δυναμικότερη παρέμβαση του διδάσκοντα, ώστε η μαθητές να κάνουν την απαιτούμενη μετάβαση στην έννοια της συνάρτησης, ως αλληλεξάρτηση δυο μεγεθών.

Αναμένεται οι μαθητές να καταλήξουν στην αναγκαιότητα του έλεγχου της συμμεταβολής του μήκους του κύκλου σε σχέση με την ακτίνα του.

Στις ερ. 7-8 αναμένεται να απαντήσουν ευθεία που περνά από την αρχή των αξόνων, της μορφής $\psi = \alpha \chi$

Στις ερ. 9-10 αφού θα έχουν υπολογίσει την παράμετρο α και αντικαταστήσουν συμβολικά τα χ και ψ , θα αναδειχθεί ο αντίστοιχος μαθηματικός τύπος $L = 6,28\rho$.

Στο τέλος ο εκπαιδευτικός, εκμεταλλευόμενος τη δυνατότητα “ζουμαρίσματος” που παρέχει το λογισμικό, μπορεί να καταδείξει εποπτικά στους μαθητές την άρρητη μορφή του π .

Ζητά από αυτούς, αφού διαγραφούν οι γραφικές παραστάσεις, να εμφανίσουν τα εγγεγραμμένα-περιγεγραμμένα πολύγωνα και να “ζουμάρουν” ένα σημείο της περιφέρειας του κύκλου.

Έτσι θα φανεί ότι η αριθμητική ταύτιση δεν είναι απόλυτα ακριβής, αλλά αφορά ταύτιση με προσέγγιση εκατοστού και πως αυξανόμενο το n επιτυγχάνεται σταδιακή προσέγγιση στο επόμενο δεκαδικό ψηφίο.

Αναμένεται να αντιληφτούν οι μαθητές πως έχουμε τη δυνατότητα να προσεγγίζουμε όλο και καλύτερα το π , δηλ με μεγαλύτερο πλήθος δεκαδικών ψηφίων, αλλά δεν μπορούμε να το ορίσουμε με απόλυτη ακρίβεια, δηλ. να καταδειχτεί η άρρητη μορφή του.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΚΥΚΛΟΥ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΑΚΤΙΝΙΟΥ

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Ο εκπαιδευτικός ενημερώνει τους μαθητές ότι πρόκειται να ασχοληθούν εκ νέου με τον υπολογισμό του μήκους κύκλου, αλλά χρησιμοποιώντας διαφορετική διαδικασία από αυτές που προηγήθηκαν.

Ενημερώνει τους μαθητές ότι αυτή η εκ νέου επαναδιαπραγμάτευση έχει ως στόχο:

- ο την καλύτερη κατανόηση εννοιών που έχουν διδαχτεί,
- ο να διαπιστώσουν ότι η επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος μπορεί να επιτευχτεί μέσα από διαφορετικές πορείες και συλλογιστικές.

Η προσέγγιση του τύπου $L=6,28\rho$ προτείνεται να πραγματοποιηθεί με τη χρήση του ακτινίου, ως μονάδα μέτρησης τόξων.

Στο αρχείο λογισμικού GEOGEBRA ο διδάσκων παρουσιάζει ένα κύκλο μεταβλητής ακτίνας ρ , στον οποίο θα οριστεί τόξο μεταβλητού μήκους και η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία του. Οι μαθητές καλούνται να κατασκευάσουν τόξο, μήκους όσο η ακτίνα, δηλ. ένα ακτίνιο και να παρατηρήσουν ότι η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία παραμένει σταθερή σε κάθε μεταβολή του ρ . Έτσι με τη βοήθεια του διδάσκοντα, μέσω του λόγου: $(360^\circ/\text{επίκεντρη γωνία})=6,28$, οι μαθητές μπορούν να αντιληφτούν ότι η περιφέρεια του κύκλου περιλαμβάνει 6,28 ακτίνια και να συμπεράνουν τον τύπο του μήκους κύκλου.

Στο φύλλο εργασίας 2

Στην ερ. 2 ο διδάσκων, προφορικά, δίνει οδηγίες για την παραπάνω εντολή δηλ. να ορίσουν δυο σημεία στον κύκλο, ένα σταθερό, το σημείο τομής του κύκλου και του άξονα x'/x και ένα μεταβλητό και κατόπιν να ορίσουν το αντίστοιχο τόξο. Στη συνέχεια να εμφανίσουν την τιμή του τόξου και της ακτίνας και να τα χρωματίσουν με το ίδιο χρώμα. Με κατάλληλες μετακινήσεις του μεταβλητού άκρου θα κατασκευάσουν το ζητούμενο τόξο με το ζητούμενο μήκος. Τέλος θα σταθεροποιήσουν το μεταβλητό άκρο του τόξου. (ιδιότητες → βασικά → σταθερό αντικείμενο)

Αν διατίθεται και προτζέκτορας, για να μη χαθεί άσκοπα χρόνος, μπορεί ο διδάσκων να παρουσιάσει τις κατασκευές.

Στην ερ. 6 ο διδάσκων θα καλέσει τις ομάδες, οι οποίες εργάστηκαν με ακτίνες διαφορετικών τιμών, να ανακοινώσουν το αποτέλεσμα στο οποίο κατέληξαν και έτσι οι μαθητές θα διαπιστώσουν ότι, το μέτρο της επίκεντρης γωνίας είναι σταθερό και ανεξάρτητο από την ακτίνα. Κατόπιν, προφορικά, θα ζητηθεί να εμφανίσουν, από το κουμπί επιλογής, το ακτίνιο και να επιβεβαιώσουν την ορθότητα της κατασκευής τους.

Στη συνέχεια θα ζητηθεί από τους μαθητές, προφορικά, να προσπαθήσουν να βρουν, με όποιο τρόπο θεωρούν κατάλληλο, πόσα ακτίνια περιλαμβάνει η περιφέρεια του κύκλου.

Θα δοθεί ο απαιτούμενος χρόνος στους μαθητές να πειραματιστούν. Κατά πάσα πιθανότητα θα προσπαθήσουν να το λύσουν κατασκευαστικά και θα φτάσουν στο συμπέρασμα του 6 και "κάτι".

Εν ευθέτω χρόνω, πρέπει να επέμβει βοηθητικά ο διδάσκων ζητώντας από τους μαθητές να προσδιορίσουν

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

το πλήθος των ακτίνων , μέσω του πλήθους των αντίστοιχων επίκεντρων γωνιών.

Με κατάλληλες ερωτήσεις να υπενθυμίσει την έννοια του λόγου ως έκφραση σύγκρισης δυο μεγεθών (πόσες φορές είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο το ένα από το άλλο) και κατά συνέπεια θα οδηγηθούν στον λόγο: $(360^0 / \text{επίκεντρη γωνία}) = 6,28$.

Στο ερ 9. αναμένεται να διαπιστώσουν ότι $L = 6,28$.(μήκος ακτινίου), άρα $L = 2\pi$.

Στο σημείο αυτό δίνεται η δυνατότητα να ξεκαθαρίσουν οι μαθητές τη διαφορά του 2π από το $2\pi \text{ rad}$.

Ο διδάσκων θα θέσει προφορικά το ερώτημα με τι ισούται το 2π .

Αναμένεται κάποιοι μαθητές να απαντήσουν $6,28$ και κάποιοι 360^0 .

Αυτό θα προκαλέσει προβληματισμό και συζήτηση, η οποία αναμένεται να καταλήξει στην διαπίστωση ότι ο 2π είναι καθαρός αριθμός δηλ. $2\pi = 6,28$,

ενώ $2\pi \text{ rad} = 6,28 \cdot (\text{ακτίνιο}) = 6,28 \cdot (\text{μήκος ακτίνας}) = \text{πλήρης κυκλος} = 360^0$

(ερ. 10)

Φύλλα εργασίας:

1. [fyllo 3.docx](#)
2. [f_aktin.docx](#)

1. ΣΥΜΜΕΤΑΒΟΛΗ ΜΗΚΟΥΣ ΚΥΚΛΟΥ-ΑΚΤΙΝΑΣ

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12156/1466#12220>

2. ΜΗΚΟΣ ΚΥΚΛΟΥ-ΑΚΤΙΝΙΟ

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12156/1466#12221>

3. ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ ΑΡΡΗΤΟΥ π

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 67

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12156/1466#12227>

4. ΕΡΩΤΗΣΗ ΑΥΤΟΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ 1

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 72

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12156/1466#12269>

5. ΕΡΩΤΗΣΗ ΑΥΤΟΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ 2

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 78

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12156/1466#12270>

3η Φάση: Εμβαδό κύκλου

Χρονική Διάρκεια: 60λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Το σενάριο προτείνεται να διεξαχθεί εξ ολοκλήρου στο εργαστήριο πληροφορικής.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΤΟΥ ΚΥΚΛΙΚΟΥ ΔΙΣΚΟΥ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Η διαδικασία που θα ακολουθηθεί είναι παρόμοια με αυτή του υπολογισμού του μήκους του κύκλου.

Παρατηρώντας οι μαθητές την καμπύλη που διαγράφουν τα σημεία της μορφής (ρ, E) , αναμένεται να διαπιστώσουν τη γνωστή γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = a\chi^2$ και κατά συνέπεια να αναδειχθεί ο αντίστοιχος μαθηματικός τύπος $E = 3,14\rho^2$.

Στο φύλλο εργασίας 1:

Στην ερ. 1 αναμένεται να απαντήσουν ότι εξαρτάται από την ακτίνα του

Στην ερ. 2 ίσως χρειαστεί η δυναμικότερη παρέμβαση του διδάσκοντα, ώστε η μαθητές να κάνουν την απαιτούμενη μετάβαση στην έννοια της συνάρτησης, ως αλληλεξάρτηση δυο μεγεθών.

Αναμένεται οι μαθητές να καταλήξουν στην αναγκαιότητα του έλεγχου της συμμεταβολής του εμβαδού του κυκλικού δίσκου σε σχέση με την ακτίνα του.

Στις ερ. 7-8 αναμένεται να απαντήσουν ι παραβολή με κορυφή την αρχή των αξόνων.

Στις ερ. 9-10, αφού έχουν υπολογίσει την παράμετρο a και αντικαταστήσουν συμβολικά το χ και ψ , θα αναδειχθεί ο τύπος $E = \pi\rho^2$

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΚΥΚΛΙΚΟΥ ΔΙΣΚΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΠΑΝΩ ΚΑΙ ΚΑΤΩ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΩΝ

Η προσέγγιση του τύπου $E = 3,14\rho^2$ προτείνεται να πραγματοποιηθεί με τη χρήση των πάνω και κάτω αθροισμάτων των ορθογωνίων, έτσι ώστε οι μαθητές να έρθουν σε μια πρώτη επαφή με την εποπτική εικόνα της έννοιας του ορισμένου ολοκληρώματος, που θα συναντήσουν στην επομένη τάξη.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Στο αρχείο λογισμικού ο διδάσκων παρουσιάζει ένα ημικύκλιο μεταβλητής ακτίνας ρ και τα πάνω και κάτω αθροισμάτων των ορθογωνίων εποπτικά και αριθμητικά. Μέσω του δρομέα, για αρκετά μεγάλες τιμές του διαμερισμού, ο μαθητής παρατηρεί την προσέγγιση του εμβαδού του ημικυκλίου εποπτικά και αριθμητικά και συγκρίνοντας το αριθμητικό αποτέλεσμα με αυτό που πρόέκυψε στην προηγούμενη διαδικασία, θα διαπιστώσει τη συνάφεια τους.

Προφορικά ο διδάσκων ενημερώνει τους μαθητές ότι το ν εκφράζει το πλήθος των ορθογωνίων.

Αναμένεται να διαπιστώσουν οι μαθητές την εποπτική προσέγγιση των ορθογωνίων στην περιφέρεια του ημικυκλίου.

Οι προτεινόμενες δραστηριότητες δίνονται στο φύλλο εργασίας 2

Φύλλα εργασίας:

1. [femvad.docx](#)
2. [oloklirom.docx](#)

1. ΕΜΒΑΔΟ ΚΥΚΛΙΚΟΥ ΔΙΣΚΟΥ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12156/1467#12245>

2. ΕΜΒΑΔΟ ΗΜΙΚΥΚΛΙΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΠΑΝΩ ΚΑΙ ΚΑΤΩ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΩΝ

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12156/1467#12246>

3. ΕΡΩΤΗΣΗ ΑΥΤΟΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ 1

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 72

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12156/1467#12264>

4. ΕΡΩΤΗΣΗ ΑΥΤΟΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ 2

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 72

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12156/1467#12272>

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.