

Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις και οι εφαρμογές τους

**Βέλτιστο
Σενάριο**

Γνωστικό αντικείμενο:

Μαθηματικά (ΔΕ)

Δημιουργός Σεναρίου: Μαρία Καλογήρου (Εκπαιδευτικός)

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Σημείωση

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν αυτόματης δημιουργίας και εκτύπωσης του Ψηφιακού Διδακτικού Σεναρίου με Τίτλο: «**Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις και οι εφαρμογές τους**».

Δημιουργήθηκε στις **07/15/2015 - 19:18** και έχει υποστηρικτικό ρόλο στο έργο του εκπαιδευτικού.

Δεν αντικαθιστά το Ψηφιακό Διδακτικό Σενάριο, το οποίο περιέχει όλο το Διαδραστικό Περιεχόμενο και αξιοποιεί τις ψηφιακές δυνατότητες της Πλατφόρμας «Αίσωπος».

Το σενάριο αυτό έχει χαρακτηριστεί ως «Βέλτιστο» ύστερα από αξιολόγηση από δύο αξιολογητές και είναι αναρτημένο με το πλήρες ψηφιακό περιεχόμενό του στην Πλατφόρμα «Αίσωπος».

Το Διαδραστικό Ψηφιακό Διδακτικό Σενάριο με το πλήρες ψηφιακό περιεχόμενό του βρίσκεται στον σύνδεσμο:

<https://aesop.iep.edu.gr/node/12267>

Επισημαίνεται ότι τα σενάρια της Πλατφόρμας «Αίσωπος» διακρίνονται σε:

Υποδειγματικά Σενάρια: Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια που έχουν προκύψει από επιστημονικές επιτροπές εμπειρογνομώνων (Εκπαιδευτικοί Αυξημένων Προσόντων, Σχολικοί Σύμβουλοι, Μέλη ΔΕΠ / Επιστημονικό Προσωπικό του ΙΕΠ).

Βέλτιστα Σενάρια: Αξιολογημένα Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια εκπαιδευτικών με βαθμολογία άνω των 70 μονάδων.

Επαρκή Σενάρια: Αξιολογημένα Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια εκπαιδευτικών με βαθμολογία από 50 έως 70 μονάδες.

ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΕΡΓΟΥ

ΠΡΑΞΗ: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης» - MIS: 479325, ΣΑΕ: 2014ΣΕ24580051.

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.ΠΑΙ.Θ.

Η Πλατφόρμα Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής, Αξιολόγησης και Παρουσίασης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος», αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης.

Ομάδα Επιστημονικής και Διοικητικής Εποπτείας της Πράξης:

Επιστημονικός Υπεύθυνος Πράξης για τις Δράσεις που αφορούν το Ι.Ε.Π: Ιωάννης Σταμουλάκης, Φιλολόγος, Σύμβουλος Α' Υ.Π.ΠΑΙ.Θ.

Υπεύθυνος Υποέργου 1: Ιωάννης Σταμουλάκης, Φιλολόγος, Σύμβουλος Α' Υ.Π.ΠΑΙ.Θ.

Υπεύθυνος Υποέργου 2: Νικόλαος Γραμμένος, Πληροφορικός, Σύμβουλος Γ' Ι.Ε.Π.

Υπεύθυνος Υποέργου 3: Νικόλαος Γραμμένος, Πληροφορικός, Σύμβουλος Γ' Ι.Ε.Π.

Επιστημονική Συντονίστρια των ειδικών επιστημόνων του Υποέργου 1: Βασιλική Καραμπέτσου, Φιλολόγος, Εισηγήτρια Ι.Ε.Π.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.ΠΑΙ.Θ.

Φύλλα Εργασίας Σεναρίου

Το παρόν ψηφιακό σενάριο περιέχει φύλλα εργασίας, τα οποία είναι συνημμένα στο αρχείο «PDF» και μπορείτε να τα ανοίξετε κάνοντας διπλό κλικ πάνω στο εικονίδιο.

- 1η Φάση: Δεν υπάρχει
- 2η Φάση: [fyllo_ergasias_2_1.doc](#) , [fyllo_ergasias_2_2.doc](#) , [fyllo_ergasias_2_3.doc](#) ,
[fyllo_ergasias_2_4.docx](#)
- 3η Φάση: [fyllo_ergasias_3_1.docx](#) , [fyllo_ergasias_3_2.docx](#)
- 4η Φάση: [fyllo_axiologisis_4_1.docx](#)

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ε.Θ.

Γενική Περιγραφή Σεναρίου

Γνωστικό Αντικείμενο

Μαθηματικά (ΔΕ) (Γενικό Λύκειο)

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Εκπαιδευτικό Πρόβλημα

Σκοπός του σεναρίου είναι οι μαθητές να μεταβούν από τους τριγωνομετρικούς αριθμούς που έχουν οριστεί σαν λόγους πλευρών ορθογωνίου τριγώνου στην έννοια της τριγωνομετρικής συνάρτησης και να κατανοήσουν ότι ο υπολογισμός τριγωνομετρικών αριθμών σε ορθογώνιο τρίγωνο δεν αποτελούσε μια αλγεβρική διαδικασία η οποία διδάχθηκε στο γυμνάσιο, αλλά αποτελεί τη βάση αλλά και το απαραίτητο εργαλείο για σύνδεση με την τριγωνομετρική συνάρτηση.

Οι μαθητές διδάσκονται πρώτη φορά στη Β' Γυμνασίου τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ως λόγους πλευρών ορθογωνίου τριγώνου. Στη Β' Λυκείου εισάγεται η έννοια της τριγωνομετρικής συνάρτησης μέσω των εφαρμογών της, όπως π.χ. της αρμονικής ταλάντωσης, όπου οι μαθητές αντιμετωπίζουν ιδιαίτερες δυσκολίες στο να κατανοήσουν πως μια στατική συμπεριφορά των τριγωνομετρικών αριθμών ξαφνικά μετατρέπεται σε συνάρτηση και πως το ημίτονο μιας οξείας γωνίας γίνεται ημίτονο πραγματικού αριθμού. Η δυσκολία στην αντιληπτική ικανότητα των μαθητών οφείλεται στην έλλειψη συνέχειας μεταξύ των δύο προσεγγίσεων και στο γεγονός ότι η ιστορική εξέλιξη αυτής της μετάβασης δεν γίνεται αντιληπτή λόγω της απότομης διακοπής από τον απλό υπολογισμό τριγωνομετρικών αριθμών σε ορθογώνια τρίγωνα, σε μελέτη τριγωνομετρικών συναρτήσεων.

Η αναφορά στην ιστορία της Τριγωνομετρίας έρχεται να συμβάλλει προς την κατεύθυνση της σύνδεσης των δύο κλάδων. Οι πίνακες χορδών (που είναι στην ουσία πίνακες ημιτόνων) δείχνουν τη συναρτησιακή σχέση γωνιών με τιμές χορδών. Η εξέλιξη στην ημιχορδή του διπλασίου τόξου αποτελεί γενίκευση του ορθογωνίου τριγώνου και των λόγων που ορίζονται σε αυτό.

Επίσης με το εκπαιδευτικό σενάριο, προσπαθούμε να υπερβούμε μια δεύτερη δυσκολία, αλλά εξίσου σημαντική, στην κατανόηση των τριγωνομετρικών συναρτήσεων. Αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι οι μαθητές δυσκολεύονται να φανταστούν την εφαρμογή μιας διαδικασίας χωρίς να έχουν εμπλακεί σε αυτή. Η απόδειξη ενός αποτελέσματος προξενεί μεγαλύτερη αίσθηση όταν δημιουργείται από τους ίδιους τους μαθητές και δεν τους παρέχεται έτοιμο, προκύπτει από εμπειρικές παρατηρήσεις, πειραματισμούς και τη δυναμική διερεύνηση των στοιχείων της απόδειξης. Με βάση το γεγονός ότι οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις μπορούν να κατανοηθούν καλύτερα σαν γεωμετρικές διαδικασίες, η χρήση νέων τεχνολογιών στη διδασκαλία της έννοιας είναι η καλύτερη επιλογή. Οι μαθητές πειραματίζονται και κατασκευάζουν τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις μέσω της μεταβολής γωνιών στον τριγωνομετρικό κύκλο, εξάγουν και συζητούν τα συμπεράσματά τους.

Τέλος, σκοπός του σεναρίου είναι οι μαθητές να συνδέσουν τις μαθηματικές έννοιες και τις γνώσεις που απέκτησαν με την καθημερινότητα, αλλά και με άλλους επιστημονικούς κλάδους. Εξάλλου ένας από τους θεμελιώδεις στόχους της διδασκαλίας των μαθηματικών, είναι να προσφέρει τη δυνατότητα στους μαθητές να συσχετίσουν τις αφηρημένες ιδέες των μαθηματικών, με πραγματικές ή φυσικές καταστάσεις και να τους αποκαλύψει τη δύναμη αυτών ως ένα μέσο και εργαλείο για τη μελέτη και ερμηνεία του φυσικού κόσμου (Τουμάσης 1999). Οι εφαρμογές των τριγωνομετρικών συναρτήσεων παρουσιάζονται στο τελευταίο μέρος του σεναρίου με στόχο να διεγείρουν το ενδιαφέρον των μαθητών και να ολοκληρώσουν τη διδασκαλία της ενότητας.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Γενική περιγραφή περιεχομένου

Το παρόν σενάριο αφορά τη διδασκαλία των τριών τριγωνομετρικών συναρτήσεων $y=\eta\mu\chi$, $y=\sigma\upsilon\nu\chi$, $y=\epsilon\phi\chi$ και ασχολείται με τρία κυρίως θέματα:

1. τη μετάβαση από τον υπολογισμό των τριγωνομετρικών αριθμών ως λόγο πλευρών ορθογώνιου τριγώνου στην εισαγωγή των τριγωνομετρικών συναρτήσεων, μέσω της ιστορικής εξέλιξης της τριγωνομετρίας
2. τον ορισμό και τη μελέτη των τριγωνομετρικών συναρτήσεων μέσω του τριγωνομετρικού κύκλου και διερεύνησης μέσω δυναμικών πολλαπλών αναπαραστάσεων με το λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας Geogebra
3. τις εφαρμογές των τριγωνομετρικών συναρτήσεων στη μοντελοποίηση περιοδικών φαινομένων

Φάση 1

Στη φάση αυτή θα μελετήσουμε τόσο την ιστορική γέννηση των τριγωνομετρικών εννοιών όσο και του τρόπου που αυτές αναδομήθηκαν εξελισσόμενες κάτω από συγκεκριμένες ιστορικές και κοινωνικές συνθήκες. Η αναδρομή αυτή θα δώσει τη δυνατότητα στους μαθητές να κατανοήσουν πως οι τριγωνομετρικές έννοιες εξελίχθηκαν μέσα στο χρόνο: από τον ορισμό των τριγωνομετρικών αριθμών ως λόγο πλευρών ορθογώνιου τριγώνου από τους αρχαίους Αιγυπτίους και την κατασκευή πυραμίδων στη μελέτη χορδών κυκλικών τόξων από τους Έλληνες (όπου οι γωνίες δεν είναι πλέον μόνο οξείες) και τους σύγχρονους ορισμούς που χρησιμοποιούν την ημιχορδή.

Η ιστορική αναδρομή θα βοηθήσει ουσιαστικά τους μαθητές να κατανοήσουν την εισαγωγή του τριγωνομετρικού κύκλου και τον ορισμό των τριγωνομετρικών συναρτήσεων μέσω αυτού, που θα ακολουθήσει.

Φάση 2

Οι πρώτοι καταγεγραμμένοι πίνακες, όπως αναφέρθηκε, μελετούσαν τις μεταβολές των γωνιών. Χρησιμοποιώντας τον τριγωνομετρικό κύκλο και τις μεταβολές της γωνίας πάνω σε αυτόν, ορίζουμε την ημιτονοειδή συνάρτηση και στη συνέχεια τις συναρτήσεις του συνημιτόνου και της εφαπτομένης. Οι μαθητές πρέπει να καταλάβουν τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις σαν μια διαδικασία, που παίρνει μια γωνία και την απεικονίζει σε έναν πραγματικό αριθμό. Η αντιστοίχιση της γωνίας χ στο $\eta\mu\chi$ γίνεται δυναμικά και μέσα από πίνακες τιμών και τη γραφική της παράσταση γίνεται η μελέτη της, όπου μελετώνται το πεδίο ορισμού της, το σύνολο τιμών της, η μονοτονία, τα ακρότατα κτλ. Κυρίως όμως διαφαίνεται καθαρά πλέον η περιοδικότητά της. Οι μαθητές με τη βοήθεια του λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας Geogebra δημιουργούν μόνοι τους, διερευνούν δυναμικά και κατασκευάζουν την ημιτονοειδή συνάρτηση μεταβάλλοντας γωνίες.

Στη φάση αυτή αρχικά ορίζουμε εκ νέου τους τριγωνομετρικούς αριθμούς, ώστε να εφαρμόζονται για οποιοδήποτε γωνία πέραν της οξείας και γίνεται ιδιαίτερη αναφορά στην αναγκαιότητα χρήσης του ακτινίου για τη μέτρηση των γωνιών. Με τη χρήση των ακτινίων, οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις παρουσιάζονται μέσω της κανονικής απεικόνισης του R στον τριγωνομετρικό κύκλο. Δηλαδή ο τριγωνομετρικός κύκλος

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

θεωρείται ένας διπλωμένος άξονας αριθμών και έτσι η απεικόνιση του χ στο $\eta\mu\chi$, με χ να είναι πραγματικός αριθμός, είναι πιο ορατή στους μαθητές.

Φάση 3

Οι μαθητές, μέσω πειραματισμών με το Geogebra, μετασχηματίζουν συναρτήσεις της μορφής $y=\rho\eta\mu\omega\chi$, $y=\rho\eta\mu\omega\chi$ με $\rho,\omega>0$ μεταβάλλοντας παραμέτρους, διερευνούν και παράγουν νέες υποθέσεις για απόδειξη. Συγκρίνουν τις γραφικές παραστάσεις που προκύπτουν με την $y=\eta\mu\chi$ και βρίσκουν την περίοδο και το σύνολο τιμών τους.

Φάση 4

Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις, δεν έχουν μόνο όμορφα γραφήματα αλλά έχουν και πολυάριθμες πρακτικές εφαρμογές. Είναι εξαιρετικά χρήσιμες γιατί μπορούν να απεικονίσουν πολλά φυσικά φαινόμενα, από την κίνηση των θαλάσσιων κυμάτων μέχρι τη διάδοση του φωτός και από τις ταλαντώσεις της μεμβράνης του τυμπάνου μέχρι τις μεταβολές δυναμικού του οικιακού ρεύματος.

Οι μαθητές βλέπουν κάποιες πραγματικά εντυπωσιακές εφαρμογές των τριγωνομετρικών συναρτήσεων και επιλύουν πραγματικά προβλήματα.

Οργάνωση της τάξης

Σε όλες τις φάσεις του σεναρίου οι μαθητές εργάζονται ομαδικά στο εργαστήριο πληροφορικής του σχολείου, διερευνούν και εξάγουν συμπεράσματα προς απόδειξη, καθοδηγούμενοι από έντυπα φύλλα εργασίας και φυσικά τον εκπαιδευτικό. Εναλλακτικά, κάποιες από τις δραστηριότητες μπορούν να πραγματοποιηθούν στην τάξη με τη χρήση βιντεοπροβολέα και φύλλων εργασίας.

Βιβλιογραφία

Bunt L., Jones P., Bedient J. (1981). Οι ιστορικές ρίζες των στοιχειωδών μαθηματικών. Εκδόσεις Πνευματικός, Αθήνα.

C.C.Clawson (1999). Η μαγεία των μαθηματικών. Εκδόσεις Κέδρος, Αθήνα.

Ανδρεαδάκης Σ., Κατσαργύρης Β., Παπασταυρίδης Σ., Πολύζος Γ., Σβέρκος Α. (2012). Άλγεβρα Β΄ Λυκείου. ΙΤΥΕ "Διόφαντος".

Λιναρδάκης Π. Η παρουσίαση των τριγωνομετρικών εννοιών στα σχολικά βιβλία συγκριτικά με την ιστορική τους εξέλιξη (από το Γυμνάσιο στο Λύκειο).

Μήλιος Γ. (2011). Μετάβαση από το $\eta\mu\omega$, $0<\omega<90^\circ$ στο $\eta\mu\chi$, $\chi \in \mathbb{R}$ μέσω της χρήσης του λογισμικού Geogebra. Διπλωματική εργασία, Αθήνα.

Ιστοσελίδες

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

https://www.kendallhunt.com/uploadedFiles/Kendall_Hunt/Content/PreK-12/Product_Samples/Precalculus_Teacher_Edition_Sample_Chapter.pdf

Διδακτικοί Στόχοι

- Να συνδέσουν ιστορικά τους τριγωνομετρικούς αριθμούς με τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις
- Να μεταβούν από το ημίτονο οξείας γωνίας στο ημχ, με χ πραγματικό αριθμό.
- Να ορίζουν τις βασικές τριγωνομετρικές συναρτήσεις και να γνωρίζουν τις ιδιότητές τους
- Να σχεδιάζουν συναρτήσεις της μορφής $y = r\eta\mu\omega\chi$, $y = \sigma\upsilon\nu\omega\chi$, καθορίζοντας τα χαρακτηριστικά τους.
- Να επιλύουν πραγματικά προβλήματα που μοντελοποιούνται με τριγωνομετρικές συναρτήσεις

Λέξεις κλειδιά που χαρακτηρίζουν τη θεματική του σεναρίου

- τριγωνομετρική συνάρτηση
- ημίτονο
- συνημίτονο
- εφαπτομένη
- εφαρμογές

Υλικοτεχνική υποδομή

εργαστήριο υπολογιστών, σύνδεση στο Ίντερνετ, βιντεοπροβολέας(εναλλακτικά), λογισμικό Geogebra, πίνακας για σημειώσεις, φύλλα εργασίας.

Τυπικός χρόνος αλληλεπίδρασης με το εκπαιδευτικό σενάριο σε διδακτικές ώρες για δουλειά εντός του σχολείου

3 ώρες

Πνευματικά δικαιώματα ή άλλοι αντίστοιχοι περιορισμοί

Δεν υπόκειται σε πνευματικά δικαιώματα ή άλλους περιορισμούς

Εκτιμώμενο Επίπεδο Δυσκολίας

Μέτριες δυσκολίας

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Τύπος Διαδραστικότητας

Συνδυασμός παθητικής και ενεργητικής μάθησης

Επίπεδο Διαδραστικότητας

υψηλό

Προτεινόμενη ηλικιακή ομάδα

15-18

Εκπαιδευτική Βαθμίδα που απευθύνεται το σενάριο

Γενικό Λύκειο

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Σύνοψη φάσεων σεναρίου:

1η Φάση: Ιστορική εξέλιξη- Κινητοποίηση

Χρονική Διάρκεια: 20λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Εργαστήριο υπολογιστών ή σχολική αίθουσα με χρήση φορητού υπολογιστή και βιντεοπροβολέα

Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:

1. Η εξέλιξη της τριγωνομετρίας: Από την ιδέα της γωνίας στις τριγωνομετρικές συναρτήσεις
2. Τριγωνομετρία
3. Γνωρίζετε ότι ...

2η Φάση: Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις ημχ, συνχ, εφχ

Χρονική Διάρκεια: 60λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Εργαστήριο πληροφορικής

Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:

1. Επέκταση των τριγωνομετρικών αριθμών για οποιαδήποτε γωνία
2. Από τις γωνίες στους πραγματικούς αριθμούς
3. Ορισμός των τριγωνομετρικών συναρτήσεων με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου
4. Μια γρήγορη επανάληψη
5. Η απεικόνιση του R στον τριγωνομετρικό κύκλο

3η Φάση: Οι συναρτήσεις $f(x)=\rho \eta\mu\omega x$, $f(x)=\rho \sigma\upsilon\eta\omega x$ με $\rho, \omega > 0$

Χρονική Διάρκεια: 30λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Εργαστήριο πληροφορικής

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:

1. Βρείτε τη συνάρτηση
2. Περίοδος, μέγιστη και ελάχιστη τιμή
3. Η συνάρτηση $f(x)=\rho \eta\mu\omega x$, $\rho,\omega>0$
4. Η συνάρτηση $f(x)=\rho \sigma\upsilon\nu\omega x$, $\rho,\omega>0$

4η Φάση: Εφαρμογές των τριγωνομετρ. συναρτήσεων-Αξιολόγηση

Χρονική Διάρκεια: 25λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Εργαστήριο πληροφορικής ή σχολική αίθουσα με χρήση φορητού υπολογιστή και βιντεοπροβολέα και χρήση φύλλων εργασίας.

Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:

1. Κάποιες εφαρμογές των τριγωνομετρικών συναρτήσεων
2. Μουσική και τριγωνομετρικές συναρτήσεις
3. Το πρόβλημα των ηλιακών κηλίδων
4. Το φαινόμενο της παλίρροιας
5. Το πρόβλημα του πληθυσμού των αλεπούδων

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

1η Φάση: Ιστορική εξέλιξη- Κινητοποίηση

Χρονική Διάρκεια: 20λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Εργαστήριο υπολογιστών ή σχολική αίθουσα με χρήση φορητού υπολογιστή και βιντεοπροβολέα

Πολλές φορές οι μαθηματικές έννοιες γίνονται πιο εύκολα κατανοητές αν λάβουμε υπόψη τον τρόπο που αυτές αναπτύχθηκαν και εξελίχθηκαν στα κεφάλια των μαθηματικών. Η ιστορική εξέλιξη, δηλαδή, μιας μαθηματικής έννοιας χαράσσει και την πορεία που πρέπει να ακολουθηθεί για την καλύτερη κατανόησή της. Οι αναφορές στην ιστορία των Μαθηματικών και την εξέλιξη των εννοιών μέσα στο χρόνο είναι πολλές φορές απαραίτητη στην κατανόησή τους από μέρους των μαθητών, ενώ συγχρόνως κινεί το ενδιαφέρον τους και διεγείρει την περιέργειά τους.

Στη φάση αυτή γίνεται μελέτη της ιστορικής προέλευσης των τριγωνομετρικών εννοιών και των ιστορικών συνθηκών μέσα στις οποίες γεννήθηκαν και αναπτύχθηκαν. Σκοπός μας είναι να συνδέσουμε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας που έχουν οριστεί από το Γυμνάσιο, σαν λόγιο πλευρών ορθογωνίου τριγώνου, με την έννοια της τριγωνομετρικής συνάρτησης. Μεταξύ των δύο αυτών προσεγγίσεων υπάρχει ιστορικά μια συνεχής εξέλιξη, δεδομένου ότι από τους πρώτους πίνακες το ημίτονο λειτουργούσε συναρτησιακά, μεταβαλλομένων των γωνιών.

Η ιστορική αυτή διαδρομή ξεκινά από τους αρχαίους Αιγυπτίους και Βαβυλώνιους, οι καταπιάστηκαν με προβλήματα που περιλάμβαναν ορθογώνια τρίγωνα και τους λόγους των πλευρών που αντιστοιχούσαν σε διαφορετικές γωνίες, συνεχίζει στην πρώτη σοβαρή μελέτη των γωνιών που προσδιόριζε το μήκος της χορδής που ορίζεται από επίκεντρη γωνία και καταλήγει στη σύγχρονη τριγωνομετρία που χρησιμοποιεί τη μισή χορδή αντί της ολόκληρης και απλοποιεί τους ορισμούς μέσω του τριγωνομετρικού κύκλου.

Φύλλα εργασίας:

1. Η εξέλιξη της τριγωνομετρίας: Από την ιδέα της γωνίας στις τριγωνομετρικές συναρτήσεις

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 117

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1489#15597>

2. Τριγωνομετρία

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 80

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1489#15600>

3. Γνωρίζετε ότι ...

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 104

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1489#17506>

2η Φάση: Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις ημχ, συνχ, εφχ

Χρονική Διάρκεια: 60λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Εργαστήριο πληροφορικής

Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις μπορούν να εισαχθούν με διάφορους τρόπους. Οι ορισμοί έχουν δοθεί στο Γυμνάσιο με τη μορφή λόγων των πλευρών ορθογωνίου τριγώνου και είναι βασισμένοι πάνω στην έννοια της γωνίας που είναι μια δύσκολη έννοια.

Στη φάση αυτή θα ορίσουμε εκ νέου τους τριγωνομετρικούς αριθμούς χρησιμοποιώντας τον τριγωνομετρικό κύκλο, επεκτείνοντας τους ήδη γνωστούς ορισμούς με τους λόγους. Το μεγάλο πλεονέκτημα της χρήσης του κύκλου στη διαδικασία μέτρησης γωνιών είναι οι γωνίες μπορεί να υπερβαίνουν τις 90 μοίρες, ενώ στο τρίγωνο δεν υπάρχει αυτή η δυνατότητα. Επιπλέον, χρησιμοποιώντας τα ακτίνια, επεκτείνουμε τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις σε εφαρμογές που δεν περιέχουν γωνίες, αλλά οποιαδήποτε μονάδα, όπως π.χ. ο χρόνος.

Πιο συγκεκριμένα, αρχικά οι μαθητές παρακολουθούν ένα βίντεο όπου το ημίτονο και το συνημίτονο ορίζονται σαν την τεταγμένη και την τετμημένη σημείου αντίστοιχα πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο. Το γνωστό μας ορθογώνιο τρίγωνο είναι ορατό σε κάθε τεταρτημόριο κατά την κίνηση πάνω στον κύκλο και έρχεται σε συμφωνία με τα όσα ήδη γνωρίζουν οι μαθητές. Στη συνέχεια είναι αναγκαίο να θυμηθούν οι μαθητές το ακτίνιο ως μονάδα μέτρησης γωνιών και να γίνει συζήτηση πάνω στη χρησιμότητα και το σκοπό που εξυπηρετεί η χρήση του ακτινίου στον οριζόντιο άξονα (π.χ. ίδιες μονάδες και στους δύο άξονες κ.α.) και στον ορισμό των τριγωνομετρικών συναρτήσεων πραγματικής μεταβλητής. Τέλος, με τη βοήθεια του λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας Geogebra και των φύλλων εργασίας, οι μαθητές δημιουργούν μόνοι τους, διερευνούν δυναμικά και κατασκευάζουν την ημιτονοειδή καμπύλη μεταβάλλοντας γωνίες, καθώς η μεταβολή αυτή αποτυπώνεται σε νέο σύστημα συντεταγμένων. Οδηγούνται στο συμπέρασμα ότι σε κάθε τιμή της γωνίας χ αντιστοιχεί μία μόνο τιμή του ημιτόνου και ορίζουν τη συνάρτηση του ημιτόνου, ενώ ακολουθεί η μελέτη της. Επαναλαμβάνουν τη διαδικασία για τη συνάρτηση του συνημιτόνου, ενώ ο ορισμός και η μελέτη της συνάρτησης της εφαπτομένης προτείνεται σαν εργασία για το σπίτι.

Σε όλη τη διάρκεια της φάσης οι μαθητές δουλεύουν ομαδικά, πειραματίζονται και εξάγουν συμπεράσματα, τα οποία συζητούν με το σύνολο του τμήματός τους.

Φύλλα εργασίας:

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

[fyllο ergasias 2 1.doc](#)

2. [fyllο ergasias 2 2.doc](#)
3. [fyllο ergasias 2 3.doc](#)
4. [fyllο ergasias 2 4.docx](#)

1. Επέκταση των τριγωνομετρικών αριθμών για οποιαδήποτε γωνία

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 68

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1490#16088>

Διευκρίνιση: Επειδή το βίντεο είναι στην αγγλική γλώσσα, θα γίνει η απαραίτητη μετάφραση και θα δίνονται επεξηγήσεις στους μαθητές κατά τη διάρκεια προβολής του.

Σχόλιο: Φύλλο εργασίας 1

2. Από τις γωνίες στους πραγματικούς αριθμούς

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 80

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1490#17262>

3. Ορισμός των τριγωνομετρικών συναρτήσεων με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1490#18972>

Σχόλιο: Φύλλα εργασίας 2,3,4

4. Μια γρήγορη επανάληψη

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 55

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1490#19048>

5. Η απεικόνιση του R στον τριγωνομετρικό κύκλο

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 110

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1490#21294>

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

3η Φάση: Οι συναρτήσεις $f(x)=\rho \eta\mu\omega x$, $f(x)=\rho \sigma\upsilon\omega x$ με $\rho, \omega > 0$

Χρονική Διάρκεια: 30λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Εργαστήριο πληροφορικής

Σε αυτή τη φάση, οι μαθητές, μέσω της εφαρμογής του λογισμικού Geogebra, πειραματίζονται και διερευνούν τη μορφή των συναρτήσεων $f(x)=\rho \eta\mu\omega x$ και $f(x)=\rho \sigma\upsilon\omega x$, με $\rho, \omega > 0$ τόσο μέσω των γραφικών τους παραστάσεων όσο και αλγεβρικά με πίνακες τιμών. Καθώς μεταβάλλουν τους δρομείς, μεταβάλλουν τις μεταβλητές ρ και ω και παρατηρούν τις μεταβολές στο γράφημά τους. Συγκρίνουν τις καμπύλες τους κάθε φορά με την ημιτονοειδή καμπύλη και εξάγουν τα συμπεράσματά τους, καθοδηγούμενοι από το φύλλο εργασίας. Η εργασία γίνεται και πάλι σε ομάδες, όπου τα συμπεράσματα κάθε ομάδας παρουσιάζονται στο σύνολο του τμήματος. Σκοπός μας είναι να μάθουν να σχεδιάζουν με σχετική ευκολία τέτοιας μορφής συναρτήσεις και να αναγνωρίζουν την περίοδο και το σύνολο τιμών τους.

Φύλλα εργασίας:

1. [fyllo_ergasias_3_1.docx](#)
2. [fyllo_ergasias_3_2.docx](#)

1. Βρείτε τη συνάρτηση

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 116

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1491#17252>

2. Περίοδος, μέγιστη και ελάχιστη τιμή

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 55

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1491#18425>

3. Η συνάρτηση $f(x)=\rho \eta\mu\omega x$, $\rho, \omega > 0$

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1491#18978>

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Σχόλιο: Φύλλο εργασίας 1

4. Η συνάρτηση $f(x)=ρ \text{ συν}ωx$, $ρ,ω>0$

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1491#18981>

Σχόλιο: Φύλλο εργασίας 2

4η Φάση: Εφαρμογές των τριγωνομετρ. συναρτήσεων-Αξιολόγηση

Χρονική Διάρκεια: 25λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Εργαστήριο πληροφορικής ή σχολική αίθουσα με χρήση φορητού υπολογιστή και βιντεοπροβολέα και χρήση φύλλων εργασίας.

Από την ιστορική αναδρομή που προηγήθηκε διαφαίνεται ότι η ανάγκη μελέτης περιοδικών φαινομένων οδήγησε στη γέννηση και εξέλιξη της τριγωνομετρίας ως τον κλάδο των Μαθηματικών που εκφράζει το μοντέλο της περιοδικότητας. Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις του ημιτόνου και του συνημιτόνου εκφράζουν από τη σχέση ανάμεσα στις εποχές με τα ηλιοστάσια και τις ισημερίες έως τις σύγχρονες εφαρμογές τους στη μοντελοποίηση περιοδικών φαινομένων. Μπορούν να απεικονίσουν πολλά φυσικά φαινόμενα, από την κίνηση των θαλάσσιων κυμάτων μέχρι τη διάδοση του φωτός. Περιγράφουν περιοδικά φαινόμενα όπως η ταλάντωση, το κύμα, το ηλεκτρικό ρεύμα, οι τηλεπικοινωνίες, η μουσική κ.α.

Οι μαθητές βλέπουν κάποιες πραγματικά εντυπωσιακές εφαρμογές των τριγωνομετρικών συναρτήσεων.

Κατά την αξιολόγηση, οι μαθητές εφαρμόζουν σε διάφορων τύπων προβλήματα - ασκήσεις τις έννοιες και τις διαδικασίες που έμαθαν, συμπληρώνοντας το φύλλο αξιολόγησης, το οποίο μπορεί να ανατεθεί ως εργασία για το σπίτι και να συζητηθεί την επόμενη ώρα.

Φύλλα εργασίας:

1. [fyllo_axiologisis_4_1.docx](#)

1. Κάποιες εφαρμογές των τριγωνομετρικών συναρτήσεων

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 103

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1492#17059>

2. Μουσική και τριγωνομετρικές συναρτήσεις

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1492#17086>

Διευκρίνιση: Μεταβάλλετε το δρομέα η για να δείτε τις νότες και τις συχνότητές τους και ακούστε τον ήχο τους

3. Το πρόβλημα των ηλιακών κηλίδων

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 72

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1492#18357>

4. Το φαινόμενο της παλίρροιας

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 72

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1492#18364>

5. Το πρόβλημα του πληθυσμού των αλεπούδων

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 72

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/12267/1492#18417>

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.