

## Η γραμμική εξίσωση $ax+by=\gamma$

**Βέλτιστο  
Σενάριο**

### Γνωστικό αντικείμενο:

Μαθηματικά (ΔΕ)

**Δημιουργός Σεναρίου:** Αιμίλιος Βλάστος (Εκπαιδευτικός)

**ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ**  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ε.Θ.

## Σημείωση

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν αυτόματης δημιουργίας και εκτύπωσης του Ψηφιακού Διδακτικού Σεναρίου με Τίτλο: «**Η γραμμική εξίσωση  $ax+by=y$** ».

Δημιουργήθηκε στις **07/17/2015 - 02:16** και έχει υποστηρικτικό ρόλο στο έργο του εκπαιδευτικού.

Δεν αντικαθιστά το Ψηφιακό Διδακτικό Σενάριο, το οποίο περιέχει όλο το Διαδραστικό Περιεχόμενο και αξιοποιεί τις ψηφιακές δυνατότητες της Πλατφόρμας «Αίσωπος».

Το σενάριο αυτό έχει χαρακτηριστεί ως «Βέλτιστο» ύστερα από αξιολόγηση από δύο αξιολογητές και είναι αναρτημένο με το πλήρες ψηφιακό περιεχόμενό του στην Πλατφόρμα «Αίσωπος».

Το Διαδραστικό Ψηφιακό Διδακτικό Σενάριο με το πλήρες ψηφιακό περιεχόμενό του βρίσκεται στον σύνδεσμο:

<https://aesop.iep.edu.gr/node/12455>

Επισημαίνεται ότι τα σενάρια της Πλατφόρμας «Αίσωπος» διακρίνονται σε:

**Υποδειγματικά Σενάρια:** Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια που έχουν προκύψει από επιστημονικές επιτροπές εμπειρογνομώνων (Εκπαιδευτικοί Αυξημένων Προσόντων, Σχολικοί Σύμβουλοι, Μέλη ΔΕΠ / Επιστημονικό Προσωπικό του ΙΕΠ).

**Βέλτιστα Σενάρια:** Αξιολογημένα Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια εκπαιδευτικών με βαθμολογία άνω των 70 μονάδων.

**Επαρκή Σενάρια:** Αξιολογημένα Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια εκπαιδευτικών με βαθμολογία από 50 έως 70 μονάδες.

### ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΕΡΓΟΥ

ΠΡΑΞΗ: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης» - MIS: 479325, ΣΑΕ: 2014ΣΕ24580051.

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

Η Πλατφόρμα Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής, Αξιολόγησης και Παρουσίασης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος», αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης.

**Ομάδα Επιστημονικής και Διοικητικής Εποπτείας της Πράξης:**

**Επιστημονικός Υπεύθυνος Πράξης για τις Δράσεις που αφορούν το Ι.Ε.Π:** Ιωάννης Σταμουλάκης, Φιλολόγος, Σύμβουλος Α' Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

**Υπεύθυνος Υποέργου 1:** Ιωάννης Σταμουλάκης, Φιλολόγος, Σύμβουλος Α' Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

**Υπεύθυνος Υποέργου 2:** Νικόλαος Γραμμένος, Πληροφορικός, Σύμβουλος Γ' Ι.Ε.Π.

**Υπεύθυνος Υποέργου 3:** Νικόλαος Γραμμένος, Πληροφορικός, Σύμβουλος Γ' Ι.Ε.Π.

**Επιστημονική Συντονίστρια των ειδικών επιστημόνων του Υποέργου 1:** Βασιλική Καραμπέτσου, Φιλολόγος, Εισηγήτρια Ι.Ε.Π.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

## Φύλλα Εργασίας Σεναρίου

Το παρόν ψηφιακό σενάριο περιέχει φύλλα εργασίας, τα οποία είναι συνημμένα στο αρχείο «PDF» και μπορείτε να τα ανοίξετε κάνοντας διπλό κλικ πάνω στο εικονίδιο.

- 1η Φάση: [fyllo\\_ergasias\\_lysi\\_grammikis\\_exisisis\\_aesop.pdf](#)
- 2η Φάση: [fyllo\\_ergasias\\_morfes\\_grammikis\\_exisisisaesop.pdf](#)
- 3η Φάση: Δεν υπάρχει

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ε.Θ.

## Γενική Περιγραφή Σεναρίου

### Γνωστικό Αντικείμενο

Μαθηματικά (ΔΕ) (Γυμνάσιο)

### Εκπαιδευτικό Πρόβλημα

Το μάθημα της γραμμικής εξίσωσης  $ax+by=\gamma$  είναι ένα από τα πλέον απαιτητικά για τη διδασκαλία του. Αυτό γιατί απαιτούνται πολλαπλές αναπαραστάσεις εννοιών που πρέπει να ενισχυθούν με πρόσθετα εργαλεία διδασκαλίας και τον σωστό καθοδηγητικό ρόλο του διδάσκοντα.

Στην αρχή της διδασκαλίας του μαθήματος οι μεταβλητές  $x, y$  είναι άγνωστοι και η  $ax+by=\gamma$  είναι εξίσωση και αναζητάμε λύσεις της. Συνεχίζει σαν μια αριθμητική παράσταση που εξετάζουμε αν αληθεύει ή όχι για κάποια ζεύγη τιμών. Καταλήγουμε όμως να θεωρούμε την  $ax+by=\gamma$  σαν συνάρτηση όπου οι άγνωστοι  $x, y$  παίζουν τώρα τον ρόλο εξαρτημένης-ανεξάρτητης μεταβλητής και ακόμα επίσης τον ρόλο της τετμημένης και τεταγμένης. Αναπαρίσταται δε, με σημεία τα οποία οδηγούν σε ευθεία. Έχουμε δηλαδή αγνώστους, ζεύγη τιμών, σημεία, και τελικά ευθείες. Δηλαδή έχουμε αλγεβρική προσέγγιση, αριθμητική προσέγγιση και τελικά γεωμετρική προσέγγιση για την ίδια έννοια.

Οι μαθητές είναι δύσκολο να κατανοήσουν αυτές τις πολλαπλές νοηματοδοτήσεις που δίνουμε σε αυτή την έννοια. Όλα αυτά απαιτούν νοητικές μεταφορές που εκφράζονται εύκολα στο παρόν σενάριο αφού δίνει τη δυνατότητα πολλαπλών αναπαραστάσεων της γραμμικής εξίσωσης  $ax+by=\gamma$ .

Η εξέλιξη του σεναρίου σε φάσεις με πολλές δυναμικές δραστηριότητες που παρέχονται από τις διαδράσεις με τα εργαλεία της παρούσας ψηφιακής πλατφόρμας. καθώς και με το δυναμικό χειρισμό που παρέχει το ελεύθερο λογισμικό geogebra, δίνουν τη δυνατότητα στον μαθητή με τη σωστή καθοδήγηση των φύλλων εργασίας και του καθηγητή, να αποσαφηνίσει πλήρως τις γραμμικές εξισώσεις.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

## Γενική περιγραφή περιεχομένου

Το παρόν σενάριο απευθύνεται σε μαθητές της Γ γυμνασίου και καλύπτει ολόκληρη την παράγραφο 3.1 : **Η έννοια της γραμμικής εξίσωσης  $ax+by=y$**

Αποτελείται από τρεις φάσεις, οι δύο πρώτες έχουν διάρκεια περίπου 45 λεπτά η κάθε μία, ενώ η τρίτη περίπου 10 λεπτά.

Η α' φάση έχει τίτλο "**η λύση μιας γραμμικής εξίσωσης**", υπάρχει ένα φύλλο εργασίας που αφορά ενσωματωμένο αρχείο λογισμικού δυναμικής αναπαράστασης και πολλά διαδραστικά εργαλεία της παρούσης πλατφόρμας. Ο γενικός σκοπός είναι οι μαθητές να θεωρήσουν τα  $x, y$  σαν αγνώστους-μεταβλητές τις οποίες αντικαθιστούν με τιμές που δίνονται σαν ζεύγη. Οι μαθητές γνωρίζουν ήδη ότι όταν έχουμε επαλήθευση έχουμε λύση της εξίσωσης, αλλά εδώ έχουμε απειρία λύσεων την οποία αντιμετωπίζουμε με την απεικόνιση των λύσεων σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Στην προσπάθεια αυτή γίνεται σαφές στους μαθητές ότι τα ζεύγη λύσεων της γραμμικής εξίσωσης βρίσκονται σε ευθεία και ότι κάθε σημείο της ευθείας επαληθεύει την εξίσωση.

Η δεύτερη φάση έχει τίτλο: "**η αναπαράσταση των λύσεων μιας γραμμικής εξίσωσης**", υπάρχει επίσης ένα φύλλο εργασίας που αφορά ενσωματωμένο αρχείο λογισμικού δυναμικής αναπαράστασης και πολλά διαδραστικά εργαλεία της παρούσης πλατφόρμας. Το φύλλο εργασίας είναι απαραίτητο να ακολουθηθεί κατά γράμμα καθώς δίνει την δυνατότητα της καθοδήγησης του μαθητή. Αυτό γιατί ο μαθητής πρέπει να διακρίνει τριών ειδών ευθείες: κατακόρυφες, οριζόντιες και πλάγιες

η τρίτη φάση έχει τίτλο: "**βρες το τετράγωνο**" και αποτελεί στην ουσία ένα διαδραστικό παιχνίδι, όπου ο μαθητής προσπαθεί να δημιουργήσει ένα τετράγωνο που θα περικλείει ένα δεδομένο τετράγωνο και θα έχει εμβαδό τετραπλάσιο από αυτό.

Τα αρχεία λογισμικού είναι κατάλληλες εφαρμογές του ελεύθερου λογισμικού geogebra είναι τέσσερα στο πλήθος, δύο για την α' φάση, ένα για την β' φάση και ένα διαδραστικό παιχνίδι για την τελευταία φάση.

Ενώ η διάδραση με το λογισμικό δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να δημιουργήσουν και να εξερευνήσουν, η εμπέδωση και αξιολόγηση των διαδράσεων και των στόχων του σεναρίου γίνονται μέσα από τα ποικίλα δομικά διαδραστικά εργαλεία που παρέχει η παρούσα πλατφόρμα. Αυτά αφορούν ερωτήσεις κλειστού τύπου: πολλαπλής επιλογής, σωστού λάθους, καρτελλών, διαδραστικών παρουσιάσεων, ερωτήσεων αντιστοίχισης κλπ. Στο τέλος ένα διαδραστικό παιχνίδι δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να πληκτρολογήσουν ευθείες που σκοπός είναι να σχηματίσουν ένα τετράγωνο με συγκεκριμένες απαιτήσεις.

Τα φύλλα εργασίας συνοδεύουν κάθε φάση και κάθε δραστηριότητα που εμφανίζεται στο παρόν σενάριο, εκτυπώνονται και οι μαθητές σημειώνουν πάνω σε αυτά όλες τις πιθανές τους αλλά και τις διορθωμένες τους απαντήσεις.

## Διδακτικοί Στόχοι

- Να συνειδητοποιήσουν οι μαθητές ότι η γραμμική εξίσωση έχει σαν λύσεις άπειρα ζεύγη αριθμών.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

- Οι λύσεις μιας γραμμικής εξίσωσης αποτυπώνονται σαν σημεία μιας ευθείας
- Οι ευθείες που μπορούν να παραχθούν από την  $ax+by=\gamma$ , είναι κατακόρυφες, οριζόντιες και πλάγιες.
- Η διάδραση με τα εργαλεία του σεναρίου να κινητοποιήσει τις κινητικές, τις νοητικές ικανότητες τους.
- Οι μαθητές μέσω της εννοιολογικής εκγύμνασης που προσφέρει το παρόν σενάριο, να το απολαύσουν

### Λέξεις κλειδιά που χαρακτηρίζουν τη θεματική του σεναρίου

- γραμμική εξίσωση
- εξίσωση ευθείας
- πλάγια
- κατακόρυφη
- οριζόντια

### Υλικοτεχνική υποδομή

Αίθουσα με διαδραστικό πίνακα, ή εργαστήριο πληροφορικής, εκτυπωμένα τα φύλλα εργασίας για να σημειώνουν οι μαθητές.

### Τυπικός χρόνος αλληλεπίδρασης με το εκπαιδευτικό σενάριο σε διδακτικές ώρες για δουλειά εντός του σχολείου

2 ώρες

### Πνευματικά δικαιώματα ή άλλοι αντίστοιχοι περιορισμοί

Το παρόν σενάριο (κείμενο, εικόνες, ιδέες) είναι πνευματική ιδιοκτησία μου και διατίθεται στους συναδέλφους και στους μαθητές τους, χωρίς να απαιτείται άδεια χρήσης του.

### Εκτιμώμενο Επίπεδο Δυσκολίας

Μέτριας δυσκολίας

### Τύπος Διαδραστικότητας

Ενεργός μάθηση

### Επίπεδο Διαδραστικότητας

πολύ υψηλό

### Προτεινόμενη ηλικιακή ομάδα

15-18

### Εκπαιδευτική Βαθμίδα που απευθύνεται το σενάριο

Γυμνάσιο

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

## Σύνοψη φάσεων σεναρίου:

### 1η Φάση: Λύση της γραμμικής εξίσωσης $ax+by=\gamma$

**Χρονική Διάρκεια:** 45λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Αίθουσα με διαδραστικό πίνακα

**Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:**

1. Αριθμός αγνώστων
2. Μετατροπή της έκφρασης σε εξίσωση
3. Επαλήθευση τιμών
4. Αποτύπωση λύσεων της γραμμικής εξίσωσης
5. Συντεταγμένες σημείου και σχέση με την εξίσωση ευθείας
6. Σημείο A που κινείται στην  $2x+y=6$
7. Πλήθος λύσεων της  $2x+y=6$  (4 διαδοχικές ερωτήσεις, αναζητούμε τη σωστή απάντηση για κάθε μία)
8. Βασική θεωρία
9. Ανακεφαλαίωση των δραστηριοτήτων της α φάσης (8 διαδοχικές ερωτήσεις με δύο πιθανές απαντήσεις, εκ των οποίων μία είναι σωστή)
10. Λύση εξίσωσης

### 2η Φάση: Αναπαραστάσεις των λύσεων της εξίσωσης $ax+by=\gamma$

**Χρονική Διάρκεια:** 45λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Εργαστήριο πληροφορικής

**Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:**

1. Διάδραση με το λογισμικό για τις διάφορες μορφές ευθείας
2. Κατακόρυφες-οριζόντιες ευθείες
3. Πλάγιες ευθείες
4.  $0x+0y=k$  (2 ερωτήσεις)
5. παράλληλες ευθείες

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

## 3η Φάση: Διαδραστική άσκηση -παιγνίδι

**Χρονική Διάρκεια:** 10λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Εργαστήριο πληροφορικής ή στο σπίτι

**Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:**

1. Βρές το τετράγωνο



Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.



# 1η Φάση: Λύση της γραμμικής εξίσωσης $ax+by=\gamma$

**Χρονική Διάρκεια:** 45λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Αίθουσα με διαδραστικό πίνακα

Σε αυτή τη φάση αντιμετωπίζεται η  $ax+by=\gamma$  σαν εξίσωση που αναζητούμε το πλήθος των λύσεων της. Δημιουργούμε ένα πρόβλημα και ζητάμε να εκφραστεί με αλγεβρικό τρόπο.

Στη συνέχεια ζητάμε απο ένα δοσμένο πλήθος ζευγών οι μαθητές να αποφασίσουν ποιά ζεύγη είναι λύσεις και ποιά όχι. Με κατάλληλες ερωτήσεις αποσαφηνίζουμε με ποιό κριτήριο αποφασίσουμε αν ένα ζεύγος είναι λύση ή όχι μιας εξίσωσης.

Με τη βοήθεια ενός ενσωματωμένου αρχείου λογισμικού αλλά και φύλλου εργασίας (προαιρετικά καθώς υπάρχουν καθοδηγητικές ερωτήσεις στο περιβάλλον του λογισμικού) οι λύσεις αναπαρίστανται σε σύστημα αξόνων σαν σημεία τα οποία ζητάμε απο τους μαθητές να ανακαλύψουν ότι βρίσκονται πάνω σε μια ευθεία.

Ακολουθούν ερωτήσεις εμπέδωσης και αξιολόγησης του βαθμού διάδρασης του λογισμικού στους μαθητές.

Ένα δεύτερο ενσωματωμένο αρχείο λογισμικού βοηθά να αντιληφθούν οι μαθητές ότι οι συντεταγμένες των άπειρων σημείων της ευθείας επαληθεύουν την εξίσωση της ευθείας.

Στο τέλος της φάσης αναπτύσσονται πολλές δραστηριότητες ανατροφοδότησης και ελέγχου των βασικών εννοιών που στοχεύουμε να εμπεδώσουν οι μαθητές. Οι δραστηριότητες γίνονται μέσα απο τα διαδραστικά εργαλεία που παρέχει η πλατφόρμα αυτή του ΙΕΠ.

Φύλλα εργασίας:

1. [fyllo\\_ergasias\\_lysi\\_grammikis\\_exisisis\\_aesop.pdf](#)

## 1. Αριθμός αγνώστων

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 104

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1547#12456>

**Διευκρίνιση:** Ζητάμε πλήθος αγνώστων σε ένα μαθηματικό πρόβλημα

## 2. Μετατροπή της έκφρασης σε εξίσωση

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 72

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1547#12457>

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

**Διευκρίνιση:** Ζητάμε το κείμενο πρόβλημα να εκφραστεί σαν μαθηματική εξίσωση

**3. Επαλήθευση τιμών**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 55

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1547#12676>

**4. Αποτύπωση λύσεων της γραμμικής εξίσωσης**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 34

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1547#12694>

**5. Συντεταγμένες σημείου και σχέση με την εξίσωση ευθείας**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 61

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1547#12743>

**6. Σημείο Α που κινείται στην  $2x+y=6$**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 34

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1547#12754>

**7. Πλήθος λύσεων της  $2x+y=6$  (4 διαδοχικές ερωτήσεις, αναζητούμε τη σωστή απάντηση για κάθε μία)**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 77

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1547#12756>

**8. Βασική θεωρία**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 80

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1547#12776>

**9. Ανακεφαλαίωση των δραστηριοτήτων της α φάσης (8 διαδοχικές ερωτήσεις με δύο πιθανές απαντήσεις, εκ των οποίων μία είναι σωστή)**

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 77

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1547#12784>

**Διευκρίνιση:** 8 διαδοχικές ερωτήσεις με δύο πιθανές απαντήσεις, όπου η μία είναι σωστή

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

## 10. Λύση εξίσωσης

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 78**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1547#14659>

# 2η Φάση: Αναπαραστάσεις των λύσεων της εξίσωσης $ax+by=\gamma$

**Χρονική Διάρκεια:** 45λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Εργαστήριο πληροφορικής

Όπως είδαμε στη φάση 1 η γραμμική εξίσωση  $ax+by=\gamma$  έχει άπειρα ζεύγη λύσεων που αναπαριστούν μια ευθεία. Στην δεύτερη φάση με ένα διαδραστικό ενσωματωμένο αρχείο λογισμικού οι μαθητές θα ανακαλύψουν τις διάφορες μορφές της ευθείας (πλάγια που τέμνει τους άξονες, πλάγιες που διέρχονται από την αρχή των αξόνων, κατακόρυφες και οριζόντιες).

Ο σκοπός της παρούσας φάσης είναι να συσχετίζουν την ιδιαίτερη μορφή της εξίσωσης  $ax+by=\gamma$  με το είδος της ευθείας.

Αρχικά οι μαθητές διερευνούν αυτές τις συσχετίσεις με τη βοήθεια του μαθηματικού λογισμικού, στη συνέχεια ελέγχουν και αξιολογούν τα αποτελέσματα διάδρασης, μέσα από τα δομικά διαδραστικά εργαλεία της παρούσης πλατφόρμας.

Φύλλα εργασίας:

1. [fyllo\\_ergasias\\_morfes\\_grammikis\\_exisisisaesop.pdf](#)

### 1. Διάδραση με το λογισμικό για τις διάφορες μορφές ευθείας

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1548#12890>

### 2. Κατακόρυφες-οριζόντιες ευθείες

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 61**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1548#12945>

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

**Διευκρίνιση:** Απαιτείται πριν την δραστηριότητα η διάδραση με το αρχείο geogebra

### 3. Πλάγιες ευθείες

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 116

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1548#12946>

### 4. $0x+0y=k$ (2 ερωτήσεις)

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 77

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1548#14730>

### 5. παράλληλες ευθείες

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 103

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1548#14734>

## 3η Φάση: Διαδραστική άσκηση -παιγνίδι

**Χρονική Διάρκεια:** 10λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Εργαστήριο πληροφορικής ή στο σπίτι

Αυτή η φάση είναι προαιρετική, μπορεί να γίνει στο εργαστήριο πληροφορικής ή να δοθεί το αρχείο ή το url και οι μαθητές να το κάνουν μόνοι τους στο σπίτι, καθώς δεν απαιτείται ο διδάσκων.

Εμφανίζεται ένα δυναμικό τετράγωνο σταθερού εμβαδού και ζητείται από τους μαθητές να πληκτρολογήσουν τις κατάλληλες κατακόρυφες και οριζόντιες ευθείες ώστε να πάρουν ένα νέο τετράγωνο που να περικλείει το αρχικό και να έχει τετραπλάσιο εμβαδό.

Όταν οι μαθητές πληκτρολογήσουν τους κατάλληλους αριθμούς σε κάθε κουτί εισαγωγής, ένα μήνυμα επιβεβαίωσης καθώς και το ζητούμενο τετράγωνο εμφανίζονται.

Υπάρχει η δυνατότητα μετακίνησης του αρχικού τετραγώνου ώστε να συνεχιστεί η δραστηριότητα.

Οι πληροφορίες- κανόνες χειρισμού αυτής της δραστηριότητας εμφανίζονται σαν κείμενο τόσο πριν την εφαρμογή, όσο και ενσωματωμένες μέσα σε αυτή.

Φύλλα εργασίας:

#### 1. Βρες το τετράγωνο

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/12455/1549#13633>



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ  
ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
ανάπτυξη στην κοινωνία της γνώσης  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



ΕΙΔΙΚΗ  
ΥΠΗΡΕΣΙΑ  
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ  
ΔΡΑΣΕΩΝ



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

