

Ορισμός του ορισμένου ολοκληρώματος και δημιουργία αρχικής συνάρτησης

Βέλτιστο Σενάριο

Γνωστικό αντικείμενο:

Μαθηματικά (ΔΕ)

Δημιουργός Σεναρίου: ΜΑΡΙΟΣ ΣΠΑΘΗΣ (Εκπαιδευτικός)

Έλεγχος Σεναρίου με τα Προγράμματα Σπουδών: ΚΕΙΣΟΓΛΟΥ ΣΤΕΦΑΝΟΣ (Σχολικός Σύμβουλος)

Έλεγχος Επιστημονικής Επάρκειας Σεναρίου: ΣΚΟΥΡΑΣ ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ (Συντονιστής)

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Σημείωση

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν αυτόματης δημιουργίας και εκτύπωσης του Ψηφιακού Διδακτικού Σεναρίου με Τίτλο: **«Ορισμός του ορισμένου ολοκληρώματος και δημιουργία αρχικής συνάρτησης»**.

Δημιουργήθηκε στις **08/31/2015 - 03:00** και έχει υποστηρικτικό ρόλο στο έργο του εκπαιδευτικού.

Δεν αντικαθιστά το Ψηφιακό Διδακτικό Σενάριο, το οποίο περιέχει όλο το Διαδραστικό Περιεχόμενο και αξιοποιεί τις ψηφιακές δυνατότητες της Πλατφόρμας «Αίσωπος».

Το σενάριο αυτό έχει χαρακτηριστεί ως «Βέλτιστο» ύστερα από αξιολόγηση από δύο αξιολογητές και είναι αναρτημένο με το πλήρες ψηφιακό περιεχόμενό του στην Πλατφόρμα «Αίσωπος».

Το Διαδραστικό Ψηφιακό Διδακτικό Σενάριο με το πλήρες ψηφιακό περιεχόμενό του βρίσκεται στον σύνδεσμο:

<https://aesop.iep.edu.gr/node/5761>

Επισημαίνεται ότι τα σενάρια της Πλατφόρμας «Αίσωπος» διακρίνονται σε:

Υποδειγματικά Σενάρια: Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια που έχουν προκύψει από επιστημονικές επιτροπές εμπειρογνομόνων (Εκπαιδευτικοί Αυξημένων Προσόντων, Σχολικοί Σύμβουλοι, Μέλη ΔΕΠ / Επιστημονικό Προσωπικό του ΙΕΠ).

Βέλτιστα Σενάρια: Αξιολογημένα Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια εκπαιδευτικών με βαθμολογία άνω των 70 μονάδων.

Επαρκή Σενάρια: Αξιολογημένα Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια εκπαιδευτικών με βαθμολογία από 50 έως 70 μονάδες.

ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΕΡΓΟΥ

ΠΡΑΞΗ: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης» - MIS: 479325, ΣΑΕ: 2014ΣΕ24580051.

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

Η Πλατφόρμα Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής, Αξιολόγησης και Παρουσίασης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος», αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης.

Ομάδα Επιστημονικής και Διοικητικής Εποπτείας της Πράξης:

Επιστημονικός Υπεύθυνος Πράξης για τις Δράσεις που αφορούν το Ι.Ε.Π: Ιωάννης Σταμουλάκης, Φιλολόγος, Σύμβουλος Α' Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

Υπεύθυνος Υποέργου 1: Ιωάννης Σταμουλάκης, Φιλολόγος, Σύμβουλος Α' Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

Υπεύθυνος Υποέργου 2: Νικόλαος Γραμμένος, Πληροφορικός, Σύμβουλος Γ' Ι.Ε.Π.

Υπεύθυνος Υποέργου 3: Νικόλαος Γραμμένος, Πληροφορικός, Σύμβουλος Γ' Ι.Ε.Π.

Επιστημονική Συντονίστρια των ειδικών επιστημόνων του Υποέργου 1: Βασιλική Καραμπέτσου, Φιλολόγος, Εισηγήτρια Ι.Ε.Π.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

Φύλλα Εργασίας Σεναρίου

Το παρόν ψηφιακό σενάριο περιέχει φύλλα εργασίας, τα οποία είναι συνημμένα στο αρχείο «PDF» και μπορείτε να τα ανοίξετε κάνοντας διπλό κλικ πάνω στο εικονίδιο.

- 1η Φάση: [fyllo_ergasias_1.1.docx](#) , [fyllo_ergasias_1.2.docx](#)
- 2η Φάση: [fyllo_ergasias_2.1.docx](#) , [fyllo_ergasias_2.2.docx](#) , [fyllo_ergasias_2.3.docx](#)
- 3η Φάση: [fyllo_ergasias_3.1.docx](#)

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Γενική Περιγραφή Σεναρίου

Γνωστικό Αντικείμενο

Μαθηματικά (ΔΕ) (Γενικό Λύκειο)

Εκπαιδευτικό Πρόβλημα

Ο ορισμός του ολοκληρώματος εμφανίζεται σχεδόν ξεκομμένος από το υπόλοιπο κεφάλαιο και η “απομόνωση” αυτή σχεδόν επιβάλλεται από την πρακτική, αφού για να υπολογίσουν οι μαθητές ένα ορισμένο ολοκλήρωμα στη συνέχεια, θα κάνουν χρήση του θεμελιώδους θεωρήματος ολοκληρωτικού λογισμού. Εκτιμούμε όμως ότι περαιτέρω εμβάθυνση και κατανόηση του ορισμού θα βοηθήσει σημαντικά στην κατανόηση δημιουργίας μιας αρχικής συνάρτησης, όπως αυτή ορίζεται μέσα από τη διαδικασία των ολοκληρωμάτων

Επιπροσθέτως, η εισαγωγή που γίνεται αρχικά μέσα από γεωμετρική ερμηνεία έχει στη βάση της ένα σχήμα στατικό, όπου οι μαθητές καλούνται να φανταστούν τι θα συμβεί σε οριακές καταστάσεις. Οι διαμερίσεις λεπτότητας 0 και οι οριακές διαδικασίες που απαιτούνται σε αυτή την περίπτωση δεν είναι άμεσα νοηματοδοτούμενες από την πλειονότητα των μαθητών.

Για το ενδιαμέσο άθροισμα δεν φαίνεται πουθενά η αναγκαιότητα της ύπαρξής του, μιας και η συνάρτηση που χρησιμοποιείται ως παράδειγμα στο σχολικό βιβλίο είναι μια συνάρτηση γνησίως αύξουσα στο διάστημα ολοκλήρωσης, κατά συνέπεια το ελάχιστο και το μέγιστο σε κάθε διάστημα της ισοπλατούς διαμέρισης είναι φανερά. Έτσι λοιπόν σε τυχούσα απορία των μαθητών, “γιατί να χρησιμοποιήσουμε το ενδιαμέσο άθροισμα;”, οι απαντήσεις μας, επιστημονικά ορθές προφανώς, μάλλον δεν πείθουν την πλειονότητα αυτών.

Οι ιδιότητες δεν παίρνουν κάποιο ιδιαίτερο νόημα, παρουσιάζόμενες ως συνέπειες του ορισμού, αν και θα μπορούσαν να συνδεθούν με γεωμετρική ερμηνεία, ώστε να αποκτήσουν επιπλέον νοηματοδότηση.

Τέλος η συνάρτηση - ολοκλήρωμα παρουσιάζεται χωρίς να δοθεί ευκαιρία στους μαθητές να την δημιουργήσουν, παρά μόνο να κάνουν μια αλγεβρική καθαρά χρήση της ιδιότητάς της.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Γενική περιγραφή περιεχομένου

Στο παρόν σενάριο επιχειρούμε να οδηγήσουμε τους μαθητές κατ' αρχάς στην διατύπωση του ορισμού του εμβαδού ενός χωρίου που ορίζεται από τη γραφική παράσταση μιας συνεχούς θετικής συνάρτησης f , τον άξονα x' και τις ευθείες με εξισώσεις $x = \alpha$ και $x = \beta$ και στη συνέχεια στη διατύπωση του ορισμού του ορισμένου ολοκληρώματος μιας συνεχούς συνάρτησης. Αυτό που κατ' αρχάς μας ενδιαφέρει είναι να μπορούν να περιγράψουν οι μαθητές λεκτικά την όλη διαδικασία και δευτερευόντως συμβολικά. Αυτό το τελευταίο, εκτιμούμε ότι είναι προτιμότερο να γίνει από τον διδάσκοντα. Γίνεται προσπάθεια να φανεί η αναγκαιότητα της ύπαρξης του ενδιαμέσου αθροίσματος ως απαραίτητο συστατικό του ορισμού. Η παρέμβαση του καθηγητή σε αυτό το σημείο θα πρέπει να γίνει μόνο εφόσον οι μαθητές έχουν διαπιστώσει την αναγκαιότητα ύπαρξης ενός εναλλακτικού τρόπου υπολογισμού των εμβαδών των ορθογωνίων που "χτίζουν". Το ανωτέρω εξηγείται αναλυτικότερα στην αντίστοιχη φάση περάτωσης του σεναρίου.

Οι ιδιότητες του ορισμένου ολοκληρώματος αποτελούν στο παρόν μια απλή αναφορά με κάποια έμφαση να δίνεται στο «σπάσιμο» του διαστήματος ολοκλήρωσης.

Το σενάριο ολοκληρώνεται με την άμεση σύνδεση του ορισμένου ολοκληρώματος με τη «συνάρτηση – ολοκλήρωμα». Οι μαθητές θα οδηγηθούν στο να ορίσουν τη «συνάρτηση – ολοκλήρωμα», η οποία δομείται βήμα – βήμα, να διαπιστώσουν με τη βοήθεια του λογισμικού την ιδιότητά της ως αρχική της f , καθώς και να κάνουν εφαρμογές του θεμελιώδους θεωρήματος ολοκληρωτικού λογισμού.

Το παρόν σενάριο δεν στοχεύει σε αποδείξεις, αλλά κατά βάση σε νοηματοδότηση εννοιών μέσα από την κατασκευή τους από τους μαθητές. Αυτό βέβαια δεν αποτρέπει τον διδάσκοντα να προσθέσει κάποιες ερωτήσεις που να στοχεύουν σε αποδείξεις και τις οποίες κρίνει κατάλληλες. Αυτό που σίγουρα απαιτείται από τον διδάσκοντα είναι η ενεργός συμμετοχή του σχεδόν σε κάθε σημείο του σεναρίου, αφού ο σχεδιασμός του σεναρίου βασίζεται σε μεγάλο βαθμό στις ερωτήσεις που θα θέτει αυτός (ο διδάσκων) υπό μορφή "σκαλωσιά" (scaffolding).

Η μέθοδος διδασκαλίας που προτείνουμε να ακολουθηθεί είναι καθοδηγούμενη ανακάλυψη με ομαδοσυνεργατική μάθηση και χρήση ΤΠΕ.

Προαπαιτούμενα

Γνωστικό επίπεδο

- Τύπος εμβαδού ορθογωνίου
- Οριακές διαδικασίες
- Κριτήριο παρεμβολής
- Πράξεις συναρτήσεων
- Αρχική συνάρτηση

Τεχνικό επίπεδο (λογισμικό Geogebra)

- Εμφάνιση – απόκρυψη στοιχείων του αρχείου

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Κίνηση δρομέα

- Πληκτρολόγηση συναρτήσεων
- Δημιουργία σημείου με συγκεκριμένες συντεταγμένες
- Εγγραφή σημείων στο λογιστικό φύλλο – ενεργοποίηση εγγραφής
- Δημιουργία λίστας σημείων- πολυγωνικής γραμμής
- Εμφάνιση ίχνους

Διδακτικοί Στόχοι

- Οι μαθητές θα γνωρίζουν και θα διατυπώνουν λεκτικά τον ορισμό του εμβαδού και ορισμένου ολοκληρώματος
- Θα γνωρίζουν και θα χρησιμοποιούν τη γεωμετρική ερμηνεία του ορισμένου ολοκληρώματος
- Θα γνωρίζουν τις ιδιότητες του ορισμένου ολοκληρώματος
- Θα μπορούν να συνδέσουν το ορισμένο ολοκλήρωμα με την ύπαρξη μιας αρχικής συνάρτησης
- Θα εφαρμόζουν το Θεμελιώδες Θεώρημα Ολοκληρωτικού Λογισμού

Λέξεις κλειδιά που χαρακτηρίζουν τη θεματική του σεναρίου

- Μαθηματικά
- Ανάλυση
- Ορισμένο ολοκλήρωμα
- Αρχική συνάρτηση
- Θεμελιώδες Θεώρημα Ολοκληρωτικού Λογισμού

Υλικοτεχνική υποδομή

Εργαστήριο υπολογιστών

Βιντεοπροβολέας

Σύνδεση στο Internet

Πίνακας για σημειώσεις

Υπολογιστές σε δίκτυο (για αποθήκευση εργασιών και έλεγχο προόδου εργασιών)

Τυπικός χρόνος αλληλεπίδρασης με το εκπαιδευτικό σενάριο σε διδακτικές ώρες για δουλειά εντός του σχολείου

3 ώρες

Πνευματικά δικαιώματα ή άλλοι αντίστοιχοι περιορισμοί

CC BY-NC

Εκτιμώμενο Επίπεδο Δυσκολίας

Μέτριας δυσκολίας

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Τύπος Διαδραστικότητας

Ενεργός μάθηση

Επίπεδο Διαδραστικότητας

υψηλό

Προτεινόμενη ηλικιακή ομάδα

15-18

Εκπαιδευτική Βαθμίδα που απευθύνεται το σενάριο

Γενικό Λύκειο

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Σύνοψη φάσεων σεναρίου:

1η Φάση: Το ορισμένο ολοκλήρωμα ως όριο αθροίσματος

Χρονική Διάρκεια: 60λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Σχολικό εργαστήριο (εναλλακτικά σχολική τάξη με βιντεοπροβολέα)

Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:

1. Ορισμένο ολοκλήρωμα - Εισαγωγή
2. Ορισμένο ολοκλήρωμα - Εισαγωγή
3. Εργασία
4. Υπολογισμός ολοκληρωμάτων
5. Πότε μηδενίζεται ένα ολοκλήρωμα

2η Φάση: Η συνάρτηση-ολοκλήρωμα

Χρονική Διάρκεια: 60λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Σχολικό εργαστήριο (εναλλακτικά σχολική τάξη με βιντεοπροβολέα)

Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:

1. Η συνάρτηση - ολοκλήρωμα (δημιουργία με πίνακα τιμών)
2. Η συνάρτηση - ολοκλήρωμα (δημιουργία με ίχνος σημείου)

3η Φάση: Έλεγχος κατανόησης - αυτοαξιολόγηση

Χρονική Διάρκεια: 15λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Σχολικό εργαστήριο (εναλλακτικά σχολική τάξη με βιντεοπροβολέα)

Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Η συνάρτηση-ολοκλήρωμα Ανακεφαλαίωση 2. Έλεγχος κατανόησης - αυτοαξιολόγηση



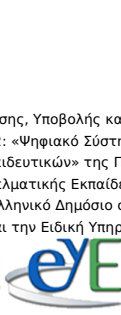
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ
ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ



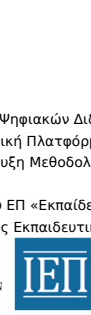
ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΕΣΠΑ
2007-2013
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΙΔΙΚΗ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ
ΔΡΑΣΕΩΝ



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

1η Φάση: Το ορισμένο ολοκλήρωμα ως όριο αθροίσματος

Χρονική Διάρκεια: 60λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Σχολικό εργαστήριο (εναλλακτικά σχολική τάξη με βιντεοπροβολέα)

Η φάση αυτή αποτελείται από τα εξής στάδια

- Προσέγγιση του ορισμένου ολοκληρώματος ως εμβαδόν ενός χωρίου
- Αναγκαιότητα ύπαρξης του ενδιαμέσου αθροίσματος ως απαραίτητο συστατικό του ορισμού
- Επέκταση του ορισμού
- Ανακεφαλαίωση – εφαρμογές

Προτού αναλύσουμε ειδικότερα τα στάδια, θα πρέπει να αναφέρουμε ότι σε αρκετές ερωτήσεις το πέρασμα από τη μια στην άλλη θα πρέπει να γίνει μόνο αφού έχει αναπτυχθεί μια διαλεκτική διαπραγμάτευσης των αποτελεσμάτων, την οποία θα καθοδηγεί ο διδάσκων.

Στάδια 1, 2

Τα δύο πρώτα στάδια σχετίζονται με το φύλλο εργασίας 1 (Φ.Ε.1) και με σχετικό αρχείο λογισμικού το ορισμένο ολοκλήρωμα – εισαγωγή

Στο εν λόγω αρχείο έχει επιλεγεί μια πολυωνυμική συνάρτηση και ως εκ τούτου συνεχής, μέχρι 3^{ου} βαθμού παραμετροποιημένη από τέσσερις (4) δρομείς a , b , c και d , για περισσότερους πειραματισμούς. Θέτουμε τους δρομείς της συνάρτησης σε κατάλληλες θέσεις (προτεινόμενες αρχικές τιμές των δρομέων $a=-0.9$, $b=1.1$, $c=0.3$, $d=0.7$). Υπάρχει ένας δρομέας n ο οποίος δίνει τις διαμερίσεις και ο οποίος είναι συνδεδεμένος με ένα κουτί εισαγωγής αν οι μαθητές επιθυμούν να έχουν πιο ελεγχόμενη οπτική επαφή. Επιλέγουμε δύο σημεία A , B του άξονα $x'x$ (οριζόμενα από δρομείς α και β) όπου η συνάρτηση να είναι γνησίως αύξουσα (στο αρχικό αρχείο έχουν επιλεγεί $\alpha=0,1$ και $\beta=1$). Οι εξηγήσεις αυτές πρέπει να δοθούν στους μαθητές προτού αρχίσει η ενασχόλησή τους με τις ερωτήσεις του φύλλου εργασίας.

Κρίνεται σκόπιμο να αναφέρουμε λίγα λόγια για το σκεπτικό κάποιων ερωτήσεων καθώς και τις αναμενόμενες απαντήσεις των μαθητών.

Στο Φ.Ε.1, ερ.3, αναμένεται ότι οι μαθητές θα απαντήσουν ότι θα χρησιμοποιήσουν ένα από τα δύο αθροίσματα. Η ερώτηση 4, σχεδιάστηκε με το σκεπτικό ότι έχουν απαντήσει το κάτω άθροισμα

Στο Φ.Ε.1, ερ.4, εκτιμούμε ότι το πιθανότερο είναι να απαντήσουν ότι χρησιμοποιούν το αριστερό άκρο του διαστήματος. Να σημειώσουμε ότι για κάτι τέτοιο τους προϋποθέτει και επιλογή του τμήματος της καμπύλης στο αρχείο (όπου είναι γνησίως αύξουσα), αλλά και το αντίστοιχο σχήμα του σχολικού βιβλίου. Εδώ είναι σημαντική η παρέμβαση του διδάσκοντος, ο οποίος μπορεί να χειριστεί το θέμα απευθύνοντας ερώτηση στο σύνολο των ομάδων και όχι σε κάθε μία ξεχωριστά. Θέτοντας το άκρο B σε άλλη – κατάλληλη θέση, π.χ. εκεί

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

που τέμνει η γραφική παράσταση των άξονα $x'x$ – και επιλέγοντας μια διαμέριση, όπου δεν συμβαίνει αυτό, τους καλούμε να ελέγξουν την απάντησή τους και καταλήγουμε ότι το ύψος που χρησιμοποιούν κάθε φορά είναι το ελάχιστο της συνάρτησης f . Ακολουθεί συζήτηση για τον υπολογισμό του ελαχίστου, του οποίου γνωρίζουν την ύπαρξη από το θεώρημα μεγίστου – ελαχίστου – συνεχής σε κλειστό διάστημα – αλλά δεν είναι εύκολο να υπολογιστεί κάθε φορά. Οδηγούμαστε έτσι στην αναγκαιότητα ενός «ενδιάμεσου αθροίσματος» και κατευθύνουμε τους μαθητές σε μια αλγεβρική κατ' αρχάς προσέγγιση όπου θα έχουμε ότι σε κάθε διαμέριση πλάτους Δx θα ισχύει $f_{\min} \leq f(\xi_i) \leq f_{\max}$, άρα κ.τ.λ.. Επιλέγουμε για τυχαίο ξ_i το αριστερό άκρο του διαστήματος και συνεχίζουμε στα επόμενα ερωτήματα

Στο Φ.Ε.1, ερ.5, θεωρούμε ικανοποιητική οποιαδήποτε απάντηση μπορεί να περιγράψει λεκτικά το ορισμένο ολοκλήρωμα ως άθροισμα στοιχειωδών εμβαδών ορθογωνίων. Ο τυπικός ορισμός μπορεί να δοθεί από τον διδάσκοντα με την παρατήρηση ότι θα είναι $E(\Omega) \geq 0$. Στη συνέχεια εμφανίζουμε στο αρχείο λογισμικού το «ορισμένο ολοκλήρωμα», όπου πλέον θα γίνει αριθμητική και γεωμετρική ταύτιση των αποτελεσμάτων

Στάδιο 3

Σχετίζεται με το Φ.Ε. 2

Διατύπωση του ορισμού γενικά – Επέκταση του ορισμού όταν $\alpha = \beta$ και όταν $\alpha > \beta$

Σχετικό αρχείο λογισμικού ορισμένο ολοκλήρωμα - εισαγωγή

Μέχρι τώρα οι μαθητές έχουν προσεγγίσει το ορισμένο ολοκλήρωμα ως ένα εμβαδόν μιας συνεχούς θετικής συνάρτησης.

Στα επόμενα θα δούμε τον ορισμό για κάθε συνεχή συνάρτηση, ασχέτως προσήμου και θα δούμε τον ορισμό στην περίπτωση που τα άκρα είναι ίσα καθώς και όταν $\alpha > \beta$. Εδώ θα πρέπει να ελεγχτεί από τον διδάσκοντα μήπως δημιουργηθεί εσφαλμένη εντύπωση ότι αντιστρέφουμε τα άκρα μόνο όταν το κάτω άκρο είναι μεγαλύτερο από το επάνω. Το σχετικό αρχείο προσφέρει τη δυνατότητα ανάλογης αποσαφήνισης.

Στάδιο 4

Στο στάδιο αυτό θα γίνει μια ανακεφαλαίωση των όσων έχουν αναπτυχθεί μέχρι τώρα και θα αναφερθούν οι ιδιότητες του ορισμένου ολοκληρώματος, χωρίς περαιτέρω νοηματοδότηση, καθαρά για θέμα χρόνου. Προτείνεται όμως, οι μαθητές να ασχοληθούν ως εργασία στο σπίτι με σχετικό αρχείο λογισμικού που αφορά στο «σπάσιμο» του διαστήματος ολοκλήρωσης. Στη συνέχεια οι μαθητές θα ασχοληθούν με εφαρμογές στη γεωμετρική ερμηνεία του ορισμένου ολοκληρώματος.

Φύλλα εργασίας:

1. [fyllo_ergasias_1.1.docx](#)
2. [fyllo_ergasias_1.2.docx](#)

1. Ορισμένο ολοκλήρωμα - Εισαγωγή

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/5761/120#7636>

Διευκρίνιση: Σχετικά Φ.Ε.: 1 και 2

2. Ορισμένο ολοκλήρωμα - Εισαγωγή

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 68

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/5761/120#10600>

3. Εργασία

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 80

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/5761/120#10604>

Διευκρίνιση: Προαιρετική

4. Υπολογισμός ολοκληρωμάτων

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 116

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/5761/120#10617>

Σχόλιο: Σκεφτείτε γεωμετρικά

5. Πότε μηδενίζεται ένα ολοκλήρωμα

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 72

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/5761/120#10730>

2η Φάση: Η συνάρτηση-ολοκλήρωμα

Χρονική Διάρκεια: 60λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Σχολικό εργαστήριο (εναλλακτικά σχολική τάξη με βιντεοπροβολέα)

Η φάση αυτή αποτελείται από τα εξής στάδια

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

- Δημιουργία της «συνάρτησης – ολοκλήρωμα» μέσα από πίνακα τιμών και μέσα από ίχνος σημείου
- Ανακάλυψη μέσω εποπτείας της ιδιότητας ότι η «συνάρτηση – ολοκλήρωμα» είναι αρχική της f
 - Ακούσιες εφαρμογές του θεμελιώδους θεωρήματος ολοκληρωτικού λογισμού (δεν θα έχει διατυπωθεί)

Στάδιο 1

Για τη δημιουργία της συνάρτησης μέσω πίνακα τιμών το σχετικό αρχείο είναι το συνάρτηση – ολοκλήρωμα (δημιουργία με πίνακα τιμών) με αντίστοιχο φύλλο εργασίας το Φ.Ε.1. Στο φύλλο αυτό ο μαθητής έχει να ασχοληθεί με 6 ερωτήσεις και ουσιαστικά να απαντήσει την τελευταία, αφού οι άλλες δύο (ερ.2 και 4, εκτιμούμε ότι θα απαντηθούν “φυσιολογικά”). Εν τούτοις, απαιτείται να αφιερωθεί ένας εύλογος χρόνος, διότι απαιτεί καλή χρήση του λογισμικού. Αν ο διδάσκων εκτιμά – για θέμα χρόνου και μόνο –, θα μπορούσε ίσως να μην υλοποιήσει αυτή τη δραστηριότητα και να πάει κατευθείαν στην προσέγγιση της συνάρτησης μέσα από ίχνος σημείου. Παρ’ όλα αυτά εκτιμούμε ότι η προσέγγιση της συνάρτησης μέσα από των πίνακα τιμών και μέσα από το σχεδιασμός της δημιουργεί ισχυρότατες αναπαραστάσεις και νοητικά σχήματα στους μαθητές, γι’ αυτό και δεν προτείνουμε να παραληφθεί. Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι με την ολοκλήρωση της ερώτησης 6, δίνεται από τον διδάσκοντα ο ορισμός της συνάρτησης ολοκλήρωμα, αλλά όχι ακόμα η ιδιότητά της, ότι δηλαδή είναι αρχική της f . Επίσης, ας σημειωθεί ότι ο ορισμός εδώ θα πρέπει να μείνει μόνο στο επίπεδο του ότι απλά ορίζουμε μια συνάρτηση. Η εμβάθυνση στο τι κάνει αυτή η συνάρτηση προκύπτει από τα ερωτήματα στο Φ.Ε. 2.

Να σημειώσουμε ακόμη ότι το κουμπί «καθαρισμός» επιτρέπει την επανάληψη όσων δοκιμών επιθυμεί ο μαθητής, όπως αναφέρεται και στο Φ.Ε.

Για τη δημιουργία της συνάρτησης μέσω ίχνους σημείου το σχετικό αρχείο είναι το συνάρτηση – ολοκλήρωμα (δημιουργία με ίχνος σημείου) με αντίστοιχο φύλλο εργασίας το Φ.Ε.2. Εδώ οι απαιτήσεις από τη χρήση του λογισμικού από τους μαθητές είναι αρκετά λιγότερες. Πάλι, όπως και πριν, με την ολοκλήρωση της ερώτησης 4, δίνεται από τον διδάσκοντα ο ορισμός της συνάρτησης ολοκλήρωμα, ή υπενθυμίζεται, αν έχει δοθεί στην προηγούμενη δραστηριότητα, επικυρώνοντας αυτά που αναμένεται να έχουν βγει από τις ομάδες. Υπενθυμίζουμε ότι ακόμα δεν μπορεί να δοθεί η ιδιότητά της, ότι δηλαδή είναι αρχική της f .

Με βάση τις παραπάνω προσεγγίσεις στο θέμα (πίνακας τιμών και ίχνος σημείου), οι μαθητές πλέον γνωρίζουν ότι μπορούν να δημιουργήσουν άπειρες τέτοιες συναρτήσεις – ολοκλήρωμα, αρκεί να επιλέξουν ένα διαφορετικό α κάθε φορά και στη συνέχεια κρατώντας το σταθερό, να επαναλάβουν την παραπάνω διαδικασία. Οι συναρτήσεις αυτές θα τους δίνουν απάντηση (μέσω της τεταγμένης των σημείων τους) για τον υπολογισμό των εμβαδών. Δεν μπορούν όμως ακόμη να έχουν εποπτεία τουλάχιστον για το ό, τι αυτή η συνάρτηση που δημιουργούν είναι αρχική της f . Αυτό μπορεί να γίνει μετά την περάτωση και του 3^{ου} φύλλου εργασίας.

Στάδια 2, 3

Να σημειώσουμε πρώτα ότι αν ο διδάσκων έχει προτιμήσει τελικά να κάνει προσέγγιση μόνο μέσα από τον πίνακα τιμών, για τη συνέχεια της εργασίας απαιτείται να έχει προσεγγιστεί έστω και εν τάχει η συνάρτηση – ολοκλήρωμα μέσω της δημιουργίας της από ίχνος, οπότε ο διδάσκων θα πρέπει να προβεί τουλάχιστον σε μια σύντομη παρουσίαση με βιντεοπροβολέα

Εργαζόμαστε στο υπάρχον αρχείο συνάρτηση – ολοκλήρωμα (δημιουργία με ίχνος σημείου) με σχετικό φύλλο

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

εργασίας το Φ.Ε.3

Σε ότι αφορά στην ερ.1 να σημειώσουμε ότι στις οθόνες τους οι μαθητές ή θα έχουν δύο καμπύλες, την G και το γ.τ. του M, ή θα έχουν τρεις καμπύλες, την G, το ίχνος του M από την πρώτη κίνηση και το γ.τ. του M. Σε κάθε περίπτωση η απάντηση οφείλει να είναι κοινή και έτσι αρχίζει η “ταύτιση” της «συνάρτησης – ολοκλήρωμα» με μια αρχική της f. Θα πρέπει στη συνέχεια οι μαθητές να ανακαλύψουν πώς μπορούν να μεταβούν από τη μία συνάρτηση στην άλλη, δηλαδή να μας πουν ότι διαφέρουν κατά μια σταθερά και μάλιστα να προσδιορίσουν αυτή τη σταθερά

Αναμένεται σε κάποια από τις ερ.1 ή 2 να απαντήσουν με κάποιον τρόπο ότι διαφέρουν κατά μια σταθερά, βλέποντας την μετατόπιση, χωρίς όμως να μπορούν να προσδιορίσουν ακόμη το νούμερο.

Στην ερ.3, η οποία είναι κομβικό σημείο στο Φ.Ε. είναι πιθανόν να χρειαστεί να οδηγήσουμε εμείς τους μαθητές στο να εμφανίσουν το για κατάλληλο β ($\beta = 0$) και να υπολογίσουν την τιμή του από την τιμή του αντίστοιχου ολοκληρώματος

.Η ερώτηση 4 είναι το δεύτερο κομβικό σημείο του 2^{ου} σταδίου και εδώ θα πρέπει να αναφέρουμε ότι Η G δεν μετακινείται με σύρσιμο, άρα οι μαθητές πρέπει να πληκτρολογήσουν στην εισαγωγή μια νέα συνάρτηση της μορφής

$H(x) = G(x) + \text{“τιμή του ολοκληρώματος που θα εμφανίσουν”}$

ή

$H(x) = G(x) - G(\alpha)$

για να μπορέσουν να ταυτίσουν την F με την G.

Στη συνέχεια αυτού του ερωτήματος μπορεί να γίνει μια συζήτηση - υπενθύμιση για το ό,τι αν δύο συναρτήσεις είναι αρχικές της ίδιας συνάρτησης τότε θα διαφέρουν κατά μια σταθερά και να γίνει έτσι φανερό ότι η συνάρτηση που δημιουργείται με τις παραπάνω διαδικασίες (πίνακας τιμών ή σχεδίαση ίχνους) είναι αρχική συνάρτηση της f.

Με την απάντηση στην ερ.5 οι μαθητές γνωρίζουν πλέον ότι η «συνάρτηση – ολοκλήρωμα» είναι αρχική της f και το 2^ο στάδιο έχει ολοκληρωθεί

Οι υπόλοιπες ερωτήσεις αφορούν στο 3^ο στάδιο και ουσιαστικά οι μαθητές θα εφαρμόσουν ένα θεώρημα χωρίς να το γνωρίζουν. Οι ερωτήσεις 6 και 7 οδηγούν τους μαθητές σε μια ακούσια χρήση του θεμελιώδους θεωρήματος του ολοκληρωτικού λογισμού με έναν τρόπο άμεσο, σχεδόν φυσιολογικό και η ερώτηση 8 τους καλεί να διατυπώσουν αυτό που χρησιμοποίησαν. Είναι σημαντικό και ο διδάσκων θα πρέπει να οδηγήσει προς αυτή την κατεύθυνση, να διατυπωθεί σαφώς ότι δημιουργούν μια αρχική συνάρτηση την οποία θα χρησιμοποιήσουν για των υπολογισμό ορισμένων ολοκληρωμάτων.

Φύλλα εργασίας:

1. [fyllo_ergasias_2.1.docx](#)
2. [fyllo_ergasias_2.2.docx](#)

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

[fyllo_ergasias_2.3.docx](#)

1. Η συνάρτηση - ολοκλήρωμα (δημιουργία με πίνακα τιμών)

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/5761/121#7682>

Διευκρίνιση: Σχετικό φύλλο εργασίας: 1

2. Η συνάρτηση - ολοκλήρωμα (δημιουργία με ίχνος σημείου)

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/5761/121#7684>

Διευκρίνιση: Σχετικά φύλλα εργασίας: 2 και 3

3η Φάση: Έλεγχος κατανόησης - αυτοαξιολόγηση

Χρονική Διάρκεια: 15λεπτά

Χώρος Διεξαγωγής: Σχολικό εργαστήριο (εναλλακτικά σχολική τάξη με βιντεοπροβολέα)

Η φάση αυτή ξεκινά με μια παρουσίαση - ανακεφαλαίωση των όσων έχουν συζητηθεί για την αρχική συνάρτηση και γίνεται σύνδεση των όσων έχουν εφαρμόσει οι μαθητές, ειδικότερα στις τελευταίες δραστηριότητες της προηγούμενης φάσης, με αυτά που θα εφαρμόζουν στη συνέχεια, κάνοντας χρήση του θεμελιώδους θεωρήματος ολοκληρωτικού λογισμού. Στη συνέχεια οι μαθητές θα εμπλακούν σε διαδικασίες ελέγχου κατανόησης και αυτοαξιολόγησης. Οι διαδικασίες αυτές περιέχουν κατά βάση απλές αλγεβρικές εφαρμογές αλλά πρέπει να καταβληθεί προσπάθεια να υπάρχει αναφορά στις γεωμετρικές διασυνδέσεις που απορρέουν από αυτές, με στόχο την επιπλέον νοηματοδότηση αυτών (των αλγεβρικών διαδικασιών).

Οι εν λόγω διαδικασίες μπορεί να αποτελέσουν αντικείμενο συζήτησης και αναστοχασμού στην τάξη εφόσον επαρκεί ο χρόνος.

Φύλλα εργασίας:

1. [fyllo_ergasias_3.1.docx](#)

1. Η συνάρτηση-ολοκλήρωμα Ανακεφαλαίωση

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 68

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/5761/122#10824>

2. Έλεγχος κατανόησης - αυτοαξιολόγηση

Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 80

Υπερσύνδεσμος: <http://aesop.iep.edu.gr/node/5761/122#10878>

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.