

## Εκθετική συνάρτηση

**Βέλτιστο  
Σενάριο**

### Γνωστικό αντικείμενο:

Μαθηματικά (ΔΕ)

**Δημιουργός Σεναρίου:** ΜΑΡΙΟΣ ΣΠΑΘΗΣ (Εκπαιδευτικός)

**Έλεγχος Σεναρίου με τα Προγράμματα Σπουδών:** ΚΕΙΣΟΓΛΟΥ ΣΤΕΦΑΝΟΣ (Σχολικός Σύμβουλος)

**Έλεγχος Επιστημονικής Επάρκειας Σεναρίου:** ΣΚΟΥΡΑΣ ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ (Συντονιστής)

**ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ**  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

## Σημείωση

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν αυτόματης δημιουργίας και εκτύπωσης του Ψηφιακού Διδακτικού Σεναρίου με Τίτλο: «**Εκθετική συνάρτηση**».

Δημιουργήθηκε στις **08/31/2015 - 03:00** και έχει υποστηρικτικό ρόλο στο έργο του εκπαιδευτικού.

Δεν αντικαθιστά το Ψηφιακό Διδακτικό Σενάριο, το οποίο περιέχει όλο το Διαδραστικό Περιεχόμενο και αξιοποιεί τις ψηφιακές δυνατότητες της Πλατφόρμας «Αίσωπος».

Το σενάριο αυτό έχει χαρακτηριστεί ως «Βέλτιστο» ύστερα από αξιολόγηση από δύο αξιολογητές και είναι αναρτημένο με το πλήρες ψηφιακό περιεχόμενό του στην Πλατφόρμα «Αίσωπος».

Το Διαδραστικό Ψηφιακό Διδακτικό Σενάριο με το πλήρες ψηφιακό περιεχόμενό του βρίσκεται στον σύνδεσμο:

<https://aesop.iep.edu.gr/node/5763>

Επισημαίνεται ότι τα σενάρια της Πλατφόρμας «Αίσωπος» διακρίνονται σε:

**Υποδειγματικά Σενάρια:** Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια που έχουν προκύψει από επιστημονικές επιτροπές εμπειρογνομώνων (Εκπαιδευτικοί Αυξημένων Προσόντων, Σχολικοί Σύμβουλοι, Μέλη ΔΕΠ / Επιστημονικό Προσωπικό του ΙΕΠ).

**Βέλτιστα Σενάρια:** Αξιολογημένα Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια εκπαιδευτικών με βαθμολογία άνω των 70 μονάδων.

**Επαρκή Σενάρια:** Αξιολογημένα Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια εκπαιδευτικών με βαθμολογία από 50 έως 70 μονάδες.

### ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΕΡΓΟΥ

ΠΡΑΞΗ: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης» - MIS: 479325, ΣΑΕ: 2014ΣΕ24580051.

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

Η Πλατφόρμα Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής, Αξιολόγησης και Παρουσίασης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος», αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης.

**Ομάδα Επιστημονικής και Διοικητικής Εποπτείας της Πράξης:**

**Επιστημονικός Υπεύθυνος Πράξης για τις Δράσεις που αφορούν το Ι.Ε.Π:** Ιωάννης Σταμουλάκης, Φιλολόγος, Σύμβουλος Α' Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

**Υπεύθυνος Υποέργου 1:** Ιωάννης Σταμουλάκης, Φιλολόγος, Σύμβουλος Α' Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

**Υπεύθυνος Υποέργου 2:** Νικόλαος Γραμμένος, Πληροφορικός, Σύμβουλος Γ' Ι.Ε.Π.

**Υπεύθυνος Υποέργου 3:** Νικόλαος Γραμμένος, Πληροφορικός, Σύμβουλος Γ' Ι.Ε.Π.

**Επιστημονική Συντονίστρια των ειδικών επιστημόνων του Υποέργου 1:** Βασιλική Καραμπέτσου, Φιλολόγος, Εισηγήτρια Ι.Ε.Π.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ο.ΠΑΙ.Θ.

## Φύλλα Εργασίας Σεναρίου

Το παρόν ψηφιακό σενάριο περιέχει φύλλα εργασίας, τα οποία είναι συνημμένα στο αρχείο «PDF» και μπορείτε να τα ανοίξετε κάνοντας διπλό κλικ πάνω στο εικονίδιο.

- 1η Φάση: [fyllo\\_ergasias\\_1.1.docx](#) , [fyllo\\_ergasias\\_1.2.docx](#) , [fyllo\\_ergasias\\_1.3.docx](#)
- 2η Φάση: [fyllo\\_ergasias\\_2.1.docx](#) , [fyllo\\_ergasias\\_2.2.docx](#) , [fyllo\\_ergasias\\_2.3.docx](#) ,  
[fyllo\\_ergasias\\_2.4.docx](#)
- 3η Φάση: [fyllo\\_ergasias\\_3.1.docx](#)

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

## Γενική Περιγραφή Σεναρίου

### Γνωστικό Αντικείμενο

Μαθηματικά (ΔΕ) (Γενικό Λύκειο)

### Εκπαιδευτικό Πρόβλημα

Η εισαγωγή στην εκθετική συνάρτηση γίνεται στο σχολικό βιβλίο με καθαρά αλγεβρικές διαδικασίες αφού πρώτα γίνει το πέρασμα από δυνάμεις με ρητό εκθέτη σε δυνάμεις με άρρητο εκθέτη. Ως γνωστό, οι αλγεβρικές διαδικασίες δεν είναι εύκολα νοηματοδοτούμενες, λόγω έλλειψης αναπαραστάσεων. Υπάρχει μια υπενθύμιση για τις δυνάμεις με ρητό εκθέτη (οι μαθητές τις έχουν διδαχτεί στην Α Λυκείου) και η δύναμη με άρρητο εκθέτη παρουσιάζεται με αλγεβρικές διαδικασίες και με λίγα (εξ ανάγκης) αριθμητικά παραδείγματα ως το όριο μιας ακολουθίας δυνάμεων που οι εκθέτες είναι δεκαδικές προσεγγίσεις του άρρητου εκθέτη., καταλήγοντας στο συμπέρασμα ότι «οι όροι της ακολουθίας φαίνεται (;) να προσεγγίζουν έναν συγκεκριμένο αριθμό». Οι μαθητές απλά παρατηρούν και “αναγκάζονται” να πειστούν. Όμως οι οριακές διαδικασίες μπορεί να γίνονται αντιληπτές στη φαντασία κάποιων μαθητών, αλλά σίγουρα δεν αποτελούν εύπεπτη τροφή για το μυαλό της πλειοψηφίας των μαθητών μιας συνηθισμένης τάξης. Στον αντίποδα των παραπάνω, είναι κοινώς αποδεκτό ότι η διδασκαλία μπορεί να έχει πολλά θετικά αποτελέσματα όταν αυτή γίνεται οπτικο -ενεργά.

Από την άλλη μεριά, η έννοια της συνάρτησης από μόνη της είναι μια προβληματική έννοια για αρκετούς μαθητές. Παρουσιάζομενη η εκθετική συνάρτηση με τον τυπικό τρόπο της απεικόνισης δεν φαίνεται να βοηθάει ιδιαίτερα τα πράγματα. Η κατασκευή δε της γραφικής της παράστασης γίνεται επίσης με έναν τρόπο στατικό, με την κατασκευή ενός εκ των πραγμάτων περιορισμένου πίνακα τιμών που οι μαθητές πρέπει να φανταστούν την απεικόνιση των σημείων που αυτός παριστάνει, στο καρτεσιανό επίπεδο. Ανάλογη τύχη έχει και η μονοτονία της.

Επιπλέον, κατά κατά την άποψή μας, η εφαρμογή της μονοτονίας και του 1-1 στη λύση ανισώσεων και εξισώσεων, που είναι ένα από τα απαιτητά αλγεβρικά στοιχεία που πρέπει να γνωρίζουν οι μαθητές, δεν αντιμετωπίζεται με επιπλέον νοηματοδότηση από τους μαθητές.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

## Γενική περιγραφή περιεχομένου

Στο παρόν σενάριο εισάγουμε τους μαθητές στην εκθετική συνάρτηση με τη βοήθεια ενός προβλήματος. Με τη βοήθεια κατάλληλου λογισμικού και αντίστοιχου φύλλου εργασίας, οι μαθητές μπορούν να μοντελοποιήσουν σχετικά εύκολα το πρόβλημα. Όπως γνωρίζουμε η μοντελοποίηση φαινομένων και καταστάσεων είναι μια διαδικασία η οποία δεν είναι οικεία στους μαθητές και ως εκ τούτου αρκετές φορές είναι επίπονη. Επειδή ο απώτερος στόχος μας είναι η εξαγωγή συμπερασμάτων από αυτή τη διαδικασία, εκτιμούμε ότι ο προτεινόμενος σχεδιασμός προσφέρει κάτι τέτοιο και οδηγεί τον μαθητή στον δρόμο που θέλουμε χωρίς χρονοβόρες παρεκκλίσεις.

Για την ισχυροποίηση του ορισμού της εκθετικής οι μαθητές θα εργαστούν σε σχετικό αρχείο για τη δημιουργία δύναμης με άρρητο εκθέτη. Το αρχείο είναι σε λογισμικό Excel, αλλά δεν απαιτείται τίποτε παραπάνω από τους μαθητές όσον αφορά τη χρήση του λογισμικού, από το να μπορούν να πληκτρολογήσουν. “Απαιτείται” όμως από αυτούς να γνωρίζουν τα βασικά δομικά στοιχεία από τα οποία αποτελείται μια δύναμη, όπως εδώ η αχ..

Στη συνέχεια αφού οι μαθητές “γνωρίσουν” την εκθετική συνάρτηση, βλέπουν μια αναφορά με παραδείγματα από την καθημερινότητα τα οποία μοντελοποιούνται με τη βοήθεια αυτής της συνάρτησης και τα οποία θα βοηθήσουν και στην εισαγωγή του αριθμού e.

Ακολουθεί η μελέτη της εκθετικής συνάρτησης (όπου αποφεύχθηκε η αναφορά στις ασύμπτωτες διότι εκτιμούμε ότι είναι μια έννοια η οποία θα απαιτούσε περισσότερη εμβάθυνση) και τέλος οι μαθητές καλούνται να λύσουν ανισώσεις και εξισώσεις εκθετικών συναρτήσεων, τις οποίες λύσεις κάθε φορά πρέπει να νοηματοδοτούν και μέσα από τις γραφικές παραστάσεις

Η μέθοδος διδασκαλίας που προτείνουμε να ακολουθηθεί είναι καθοδηγούμενη ανακάλυψη με ομαδοσυνεργατική μάθηση και χρήση ΤΠΕ.

Προαπαιτούμενα

Γνωστικό αντικείμενο

Έννοια συνάρτησης

Εύρεση πεδίου ορισμού

Εύρεση συνόλου τιμών μέσα από τη γραφική παράσταση

Ιδιότητες δυνάμεων (μέχρι και ρητούς εκθέτες)

Γραφική επίλυση εξίσωσης - ανίσωσης

Τεχνικό επίπεδο (λογισμικό Geogebra)

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

Κουτί εισαγωγής

Κίνηση δρομέα (με κέρσορα, ποντίκι, ενεργή κίνηση)

Εισαγωγή συναρτήσεων

Ορισμός σημείων τομής

### **Διδακτικοί Στόχοι**

- Οι μαθητές θα γνωρίζουν τον τύπο, το Π.Ο., το Σ.Τ. και τις απαιτήσεις για τη βάση της εκθετικής
- Θα γνωρίζουν πώς προσεγγίζεται μια δύναμη με άρρητο εκθέτη και τις απαιτήσεις για τη βάση  $a$
- Θα εφαρμόζουν τις ιδιότητες δυνάμεων για οποιουδήποτε εκθέτες
- Θα γνωρίζουν και θα αναφέρουν τις ιδιότητες της εκθετικής (μονοτονία, 1-1, συμμετρίες)
- Θα μπορούν να επιλύουν εκθετικές ανισώσεις και εξισώσεις, αλγεβρικά και γραφικά

### **Λέξεις κλειδιά που χαρακτηρίζουν τη θεματική του σεναρίου**

- εκθετική
- άρρητος εκθέτης
- ορισμός  $e$

### **Υλικοτεχνική υποδομή**

Εργαστήριο υπολογιστών

Βιντεοπροβολέας

Σύνδεση στο Internet

Πίνακας για σημειώσεις

Υπολογιστές σε δίκτυο (για αποθήκευση εργασιών και έλεγχο προόδου εργασιών)

### **Τυπικός χρόνος αλληλεπίδρασης με το εκπαιδευτικό σενάριο σε διδακτικές ώρες για δουλειά εντός του σχολείου**

3 ώρες

### **Πνευματικά δικαιώματα ή άλλοι αντίστοιχοι περιορισμοί**

CC BY-NC

### **Εκτιμώμενο Επίπεδο Δυσκολίας**

Μέτριας δυσκολίας

### **Τύπος Διαδραστικότητας**

Ενεργός μάθηση

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

## **Επίπεδο Διαδραστικότητας**

υψηλό

## **Προτεινόμενη ηλικιακή ομάδα**

15-18

## **Εκπαιδευτική Βαθμίδα που απευθύνεται το σενάριο**

Γενικό Λύκειο

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

## Σύνοψη φάσεων σεναρίου:

### 1η Φάση: Εισαγωγή στην εκθετική συνάρτηση

**Χρονική Διάρκεια:** 60λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Σχολικό εργαστήριο (εναλλακτικά σχολική τάξη με βιντεοπροβολέα)

**Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:**

1. Εισαγωγή στην εκθετική συνάρτηση
2. Δύναμη με άρρητο εκθέτη
3. Αλυσοειδή
4. Βρείτε την κατάλληλη αλυσοειδή
5. Η αλυσοειδής συνάρτηση
6. Ορισμός του  $e$
7. Γραφική παράσταση εκθετικής συνάρτησης
8. Εισαγωγή στην εκθετική συνάρτηση -Ανακεφαλαίωση
9. Ιδιότητες δυνάμεων - έλεγχος

### 2η Φάση: Μελέτη εκθετικής, εξισώσεις-ανισώσεις-συμμετρίες

**Χρονική Διάρκεια:** 45λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Σχολικό εργαστήριο (εναλλακτικά σχολική τάξη με βιντεοπροβολέα)

**Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:**

1. Μελέτη εκθετικής
2. Λύση εξίσωσης - ανίσωσης
3. Συμμετρίες εκθετικής

### 3η Φάση: Έλεγχος κατανόησης - αυτοαξιολόγηση

**Χρονική Διάρκεια:** 30λεπτά

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.



**Χώρος Διεξαγωγής:** Σχολικό εργαστήριο (εναλλακτικά σχολική τάξη με βιντεοπροβολέα)

**Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:**

1. Υλοποίηση της φάσης 3
2. Λύνοντας σύνθετες εκθετικές εξισώσεις

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ε.Θ.

# 1η Φάση: Εισαγωγή στην εκθετική συνάρτηση

**Χρονική Διάρκεια:** 60λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Σχολικό εργαστήριο (εναλλακτικά σχολική τάξη με βιντεοπροβολέα)

Η φάση αυτή αποτελείται τα εξής στάδια

- Προσέγγιση μέσα από ένα πρόβλημα
- Δύναμη με άρρητο εκθέτη
- Παραδείγματα εκθετικής στην καθημερινότητα (Αλυσσειδή)
- Ορισμός του  $e$
- Ανακεφαλαίωση
- Απλές ασκήσεις με άρρητους εκθέτες

## Στάδιο 1

Στο (Σ1) οι μαθητές εμπλέκονται σε μια διαδικασία προσέγγισης της εκθετικής συνάρτησης μέσα από την ανάγκη δημιουργίας της για την επίλυση ενός προβλήματος. Το αντίστοιχο αρχείο λογισμικού είναι το «εισαγωγή στην εκθετική» και το φύλλο εργασίας είναι το «Φύλλο εργασίας 1.1». Το αρχείο έχει φτιαχτεί έτσι ώστε οι πίνακες που ζητούνται στα ερωτήματα εργασίας να παρουσιάζονται αφού οι μαθητές έχουν αποφασίσει την αύξηση στο δρομέα της χρονικής περιόδου και έχουν υλοποιήσει την κίνησή του. Με αυτό, επιτυγχάνουμε κατ' αρχάς να "ελαφρύνουμε" τις εργασίες που θα πρέπει να κάνουν οι μαθητές στο λογιστικό φύλλο και που απαιτούν υψηλότερη της μέσης γνώσης για τις λειτουργίες του λογισμικού, ενώ συγχρόνως οι μαθητές δεν είναι απλοί χρήστες, αλλά συμμετέχουν ουσιαστικά και με τρόπο άμεσο, στην κατασκευή των αντίστοιχων πινάκων, αφού οι πίνακες δεν εμφανίζονται αν οι μαθητές δεν εισάγουν τα σωστά νούμερα (βήμα=1, 1/2 και 1/12).

Αξίζει να προσεχτεί ότι το πρόβλημα δημιουργίας της συνάρτησης προσεγγίζεται από δύο μεριές, αυτή της απεικόνισης σημείων στο επίπεδο και αυτή της δημιουργίας πίνακα τιμών, προσφέροντας έτσι ισχυρότατες αναπαραστάσεις και διασυνδέσεις.

Εκτιμούμε ότι με τις παραπάνω διαδικασίες επιτυγχάνουμε κατά το μέγιστο δυνατό, την εστίαση των μαθητών στην 4<sup>η</sup> και ουσιαστική ερώτηση που αποσκοπεί στο να εισαχθεί μια συνάρτηση – δεν είναι απαραίτητο οι μαθητές να γνωρίζουν ότι η συνάρτηση λέγεται «εκθετική». Αυτό θα δοθεί από τον διδάσκοντα.

Οι μαθητές μπορούν να πληκτρολογήσουν τον τύπο της συνάρτησης στην εισαγωγή ή μπορούν να γράψουν στην εισαγωγή «εκθετική = 1» και να εμφανιστεί η συνάρτησή και ο τύπος της.

Προτείνεται ο διδάσκων να θέσει προφορικά μια 5<sup>η</sup> ερώτηση για το πώς μπορεί αυτή η συνάρτηση να οριστεί για κάθε πραγματικό αριθμό  $x$ . Δεν συμπεριλάβαμε την ερώτηση αυτή στο φύλλο εργασίας για να μην προδικάσουμε μια απάντηση στην 4<sup>η</sup> ερώτηση. Όπως έχουμε αναφέρει στα αρχικά (Γενική περιγραφή

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με έδαφος μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

περιεχομένου) προτείνεται η ομαδοσυνεργατική διδασκαλία, άρα θα επιθυμούσαμε να βγει η απάντηση από τις ομάδες. Θέτοντας λοιπόν προφορικά την ερώτηση ο διδάσκων προετοιμάζει το έδαφος για την εισαγωγή στις δυνάμεις με άρρητο εκθέτη, όπως επίσης για την απαίτηση η βάση να είναι μεγαλύτερη του 0, ως επέκταση των ρητών δυνάμεων και διάφορη του 1, αφού τότε αποτελεί τετριμμένη περίπτωση σταθερής συνάρτησης.

Ο δρομέας  $\alpha$  που χρησιμοποιείται, έχει τεθεί αρχικά στο 1,2 όπως απαιτείται από το πρόβλημα, αλλά μπορεί να πάρει διάφορες τιμές, επιτρέποντας έτσι τους πειραματισμούς από τους μαθητές

## Στάδιο 2

Στο (Σ2) μετά από τη συζήτηση που θα έχει προηγηθεί από το προηγούμενο ερώτημα οι μαθητές θα εμπλακούν σε δραστηριότητες με σχετικό αρχείο Excel «Δύναμη με άρρητο εκθέτη», όπου θα δουν πως προσεγγίζεται η δύναμη με άρρητο εκθέτη. Για την πλήρη λειτουργικότητα του αρχείου, θα πρέπει να κατέβει τοπικά στους υπολογιστές. Ο διδάσκων μπορεί να χρησιμοποιήσει το «φύλλο εργασίας 1.2» ή για θέμα χρόνου - δεν συνιστάται - μπορεί να προβεί και σε απλή παρουσίαση χρησιμοποιώντας το αντίστοιχο αρχείο. Από τους μαθητές αναμένεται να μπορούν να δώσουν μια περιγραφή της διαδικασίας που ακολουθείται. Ο ορισμός θα δοθεί μετά από τον διδάσκοντα.

## Στάδιο 3

Παρουσιάζονται στους μαθητές εικόνες αντικειμένων, τα οποία μοντελοποιούνται με αλυσοειδή ως ένα παράδειγμα εφαρμογής της εκθετικής και οι μαθητές μπορούν να πειραματιστούν με το αντίστοιχο αρχείο λογισμικού «αλυσοειδής συνάρτηση» συμπληρώνοντας τις ερωτήσεις αντιστοίχισης. Για το συγκεκριμένο κομμάτι μπορεί ο διδάσκων - αν εκτιμά ότι δεν επαρκεί ο χρόνος - να κάνει αναφορά στα αλυσοειδή, διότι το στάδιο αυτό είναι βοηθητικό επίσης, για την εισαγωγή στον αριθμό  $e$  και να αναθέσει τα υπόλοιπα ως εργασία στο σπίτι.

## Στάδιο 4

Στην παραπάνω συνάρτηση (αλυσοειδή) εμφανίζεται η εκθετική συνάρτηση με βάση το  $e$ , ως απαραίτητο δομικό της στοιχείο. Οπότε ο διδάσκων δίνει τον ορισμό του  $e$  και οι μαθητές δημιουργούν οπτικές αναπαραστάσεις για αυτό με τη βοήθεια του αρχείου «ορισμός του  $e$ ».

## Στάδιο 5

Γίνεται ανακεφαλαίωση των όσων έχουν αναφερθεί άμεσα ή έμμεσα μέχρι στιγμής και αναφέρονται οι ιδιότητες δυνάμεων ως γενίκευση πλέον για όλους του πραγματικούς αριθμούς.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

## Στάδιο 6

Περιέχονται απλές εφαρμογές για ισχυροποίηση του ό,τι οι μαθητές μπορούν να εφαρμόζουν τις ιδιότητες των δυνάμεων και όταν οι εκθέτες είναι άρρητοι. Εργαζόμαστε με το Φ.Ε. 1.3

Φύλλα εργασίας:

1. [fyllo\\_ergasias\\_1.1.docx](#)
2. [fyllo\\_ergasias\\_1.2.docx](#)
3. [fyllo\\_ergasias\\_1.3.docx](#)

### 1. Εισαγωγή στην εκθετική συνάρτηση

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 34

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/5763/123#9951>

**Διευκρίνιση:** Σχετικό Φ.Ε.: 1..Πρέπει να ενεργοποιηθεί η "Εισαγωγή" Από τις τρεις οριζόντιες γραμμές επάνω δεξιά, επιλέγουμε προβολή και τσεκάρουμε το κουτί της "Εισαγωγής". Αλλιώς κατεβάστε το από εδώ <https://tube.geogebra.org/m/tifVHq48>

### 2. Δύναμη με άρρητο εκθέτη

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 80

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/5763/123#9953>

**Διευκρίνιση:** Σχετικό Φ.Ε.: 2

### 3. Αλυσοειδή

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 67

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/5763/123#9968>

### 4. Βρείτε την κατάλληλη αλυσοειδή

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 61

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/5763/123#10072>

### 5. Η αλυσοειδής συνάρτηση

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 80**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/5763/123#10080>

## 6. Ορισμός του e

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 80**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/5763/123#10089>

## 7. Γραφική παράσταση εκθετικής συνάρτησης

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 67**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/5763/123#10092>

**Διευκρίνιση:** Πλησιάστε το ποντίκι στην γραφική παράσταση για να δείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f

## 8. Εισαγωγή στην εκθετική συνάρτηση -Ανακεφαλαίωση

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 68**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/5763/123#10126>

## 9. Ιδιότητες δυνάμεων - έλεγχος

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 80**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/5763/123#10364>

# 2η Φάση: Μελέτη εκθετικής, εξισώσεις-ανισώσεις-συμμετρίες

**Χρονική Διάρκεια:** 45λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Σχολικό εργαστήριο (εναλλακτικά σχολική τάξη με βιντεοπροβολέα)

Στη φάση αυτή, με σχετικά αρχεία λογισμικού (που αναφέρονται στα Φ.Ε.), οι μαθητές πειραματιζόμενοι και οδηγούμενοι από κατάλληλα φύλλα εργασίας θα βγάλουν συμπεράσματα για τη μονοτονία και τη λύση εξισώσεων και ανισώσεων και για τις συμμετρίες των εκθετικών.

Η δυνατότητα εμφάνισης ίχνους (και απόκρυψης, μετά, για να μην μπερδεύονται οι μαθητές) ισχυροποιεί το ότι

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

όλες οι συναρτήσεις περνούν από σταθερό σημείο το  $A(0,1)$ .

Οι μαθητές μπορούν να κινήσουν τον δρομέα και σε αρνητικές τιμές όπου παρουσιάζεται η σχετική νύξη από το λογισμικό για το τι πρέπει να προσέξουν οι μαθητές. Επιλέχθηκε να “εξαφανίζεται” και ο δρομέας, αν οι μαθητές προβούν σε μια τέτοια κίνηση για να ισχυροποιηθεί το επιδιωκόμενο (να γνωρίζουν τις απαιτήσεις για τη βάση της εκθετικής). Με βάση το ίδιο σκεπτικό, επιλέχθηκε να μην “εξαφανίζεται” όταν  $\alpha = 1$ , αλλά να εμφανίζεται το σχετικό κείμενο και να εμφανίζεται **και** η γραφική παράσταση της συνάρτησης, ώστε να δημιουργηθεί και η οπτική αναπαράσταση της σταθερής συνάρτησης στην ειδική αυτή περίπτωση.

**Σημείωση - Οδηγία:** Αν κατά την κίνηση του δρομέα, αυτός εξαφανιστεί, ο διδάσκων θα πρέπει να δώσει προφορική οδηγία να γράψουν στην Εισαγωγή: « $\alpha =$  κάποια τιμή μεταξύ του 0 και του 5»

Προτιμήθηκε να χρησιμοποιηθούν διαφορετικά φύλλα εργασίας, για να αποφευχθεί ο μεγάλος όγκος που θα παρουσιαζόταν αν χρησιμοποιείτο ένα και μοναδικό Φ.Ε.

Στα Φ.Ε. 2.2 και 2.3 έχει μεγάλη σημασία για το σκεπτικό τους, να πραγματοποιηθεί το πρώτο στάδιο της γενικής λύσης για να μπορέσει να ολοκληρωθεί το δεύτερο στάδιο. Για το λόγο αυτό, προσφέρεται η δυνατότητα βοήθειας στους μαθητές. Για να ενεργοποιηθεί αυτή η βοήθεια πρέπει ο διδάσκων να πει προφορικά στους μαθητές να πληκτρολογήσουν στην «Εισαγωγή» το κείμενο «**εξίσωση =1**» και αντίστοιχα «**ανίσωση =1**»

Στο φύλλο εργασίας 2.3, θα παρατηρήσουμε αρχικά ότι έχουμε ένα πλήθος 11 ερωτήσεων, που εν πρώτοις δίνουν την αίσθηση μεγάλου όγκου. Παρ’ όλα αυτά, μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι αρκετές από αυτές είναι διαδικαστικές επί του λογισμικού, άρα υλοποιούνται άμεσα.

Το πρώτο τμήμα που αφορά στη γενική λύση, στοχεύει στη δημιουργία νοητικού σχήματος ώστε οι μαθητές να γνωρίζουν πότε θα αντιστρέφουν και πότε όχι τη φορά των ανισοτήτων ανάμεσα στις εικόνες και στα πρότυπα. Προτείνεται να αποθαρρυνθεί διακριτικά τυχούσα προσπάθεια των μαθητών σχετική με την εύρεση αριθμητικών αποτελεσμάτων, αφού δεν είναι αυτός ο στόχος. Μας αρκεί μια απάντηση του στυλ: “μεγαλύτερο από το  $x_A$ ”

Στο δεύτερο μέρος πιθανόν να χρειαστεί ο διδάσκων να δώσει μια προφορική βοήθεια όπως π.χ., «παρατηρείστε ότι  $\beta = 8 = 2^3 = (1/2)^{-3} \dots$ »

Στο φύλλο εργασίας 2.4 και σχετικό αρχείο λογισμικού το «συμμετρίες εκθετικών», οι μαθητές με ελάχιστα εργαλεία καλούνται να «ανακαλύψουν» τις συμμετρίες των εκθετικών συναρτήσεων. Εκτιμούμε ότι θα οδηγηθούν σχετικά εύκολα στη σωστή τελικά συμμετρία, δεδομένου ότι πλέον γνωρίζουν πώς είναι οι γραφικές παραστάσεις των εκθετικών. Αυτό που θα πρέπει να αναδειχτεί είναι οι προσπάθειες απόδειξης του ισχυρισμού τους.

Φύλλα εργασίας:

## 1. [fyllo\\_ergasias\\_2.1.docx](#)

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.



[fyllo\\_ergasias\\_2.2.docx](#)

3. [fyllo\\_ergasias\\_2.3.docx](#)

4. [fyllo\\_ergasias\\_2.4.docx](#)

### 1. Μελέτη εκθετικής

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 34

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/5763/124#10182>

**Διευκρίνιση:** Σχετικό Φ.Ε.: 1

### 2. Λύση εξίσωσης - ανίσωσης

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 34

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/5763/124#10183>

**Διευκρίνιση:** Σχετικά Φ.Ε.:2 και 3 .Πρέπει να ενεργοποιηθεί η "Εισαγωγή" Από τις τρεις οριζόντιες γραμμές επάνω δεξιά, επιλέγουμε προβολή και τσεκάρουμε το κουτί της "Εισαγωγής". Αλλιώς κατεβάστε το από εδώ: <https://tube.geogebra.org/m/xYT2SKIU>

### 3. Συμμετρίες εκθετικής

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** 34

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/5763/124#10184>

**Διευκρίνιση:** Σχετικό φύλλο εργασίας: 4

## 3η Φάση: Έλεγχος κατανόησης - αυτοαξιολόγηση

**Χρονική Διάρκεια:** 30λεπτά

**Χώρος Διεξαγωγής:** Σχολικό εργαστήριο (εναλλακτικά σχολική τάξη με βιντεοπροβολέα)

Στη φάση αυτή οι μαθητές θα εμπλακούν σε διαδικασίες ελέγχου κατανόησης και αυτοαξιολόγησης Οι διαδικασίες αυτές περιέχουν τόσο αλγεβρικές δεξιότητες όσο και γεωμετρικές διασυνδέσεις, με στόχο την επιπλέον νοηματοδότηση των αλγεβρικών διαδικασιών.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ε.Θ.

Οι εν λόγω διαδικασίες μπορεί να αποτελέσουν αντικείμενο συζήτησης και αναστοχασμού στην τάξη εφόσον επαρκεί ο χρόνος. Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν ως βοηθητικό αρχείο το «λύση εξίσωσης - ανίσωσης» από την προηγούμενη φάση 2

Εάν ο διδάσκων κρίνει, μπορεί να δώσει κάποιες από τις ερωτήσεις ως εργασίες στο σπίτι. Κρίνεται σκόπιμο όμως να πραγματοποιηθεί το μεγαλύτερο μέρος αυτών μέσα στην τάξη (εκτιμούμε ότι η ερ.3 θα κινητοποιήσει το σύνολο των μαθητών) και να αφιερωθεί αρκετός χρόνος στην ερώτηση 5.

Θα θέλαμε να σχολιάσουμε εκτενέστερα την ερώτηση 5. Η ερώτηση αυτή μπαίνει για δύο λόγους:

1. Από μόνες τους τέτοιες εξισώσεις (όχι μόνο εκθετικής μορφής) δημιουργούν προβλήματα δεδομένου του ότι δεν υπάρχει κάποιο αποτέλεσμα με το οποίο θα πρέπει να εξισωθεί το πρώτο ή το δεύτερο μέλος, άρα η εξίσωση δεν νοηματοδοτείται άμεσα. Αυτά τα προβλήματα εμφανίζονται σε πολλούς μαθητές από την πρώτη γνωριμία με αυτές (κάπου στην Α΄ ή στην Β΄ Γυμνασίου). Αρκετοί από τους μαθητές καταφέρνουν να ξεπεράσουν αυτά τα προβλήματα στηριζόμενοι όμως μάλλον σε αλγεβρικές διαδικασίες και στη “σιγουριά” που μπορεί ίσως να προσφέρει μια αφηρημένη διαχείριση χωρίς περαιτέρω εμβάθυνση, πράγμα που μας οδηγεί και στον δεύτερο λόγο.
2. Απαιτείται κατ’ αρχάς αλγεβρική χρήση του 1-1 πράγμα που σε αρκετούς μαθητές δεν νοηματοδοτείται ή δημιουργεί προβλήματα όταν τελικά οι λύσεις βγαίνουν δύο ή περισσότερες. Με την απαίτηση να ερμηνευτεί γραφικά το αποτέλεσμα οι μαθητές αποκτούν επιπλέον αναπαραστάσεις και οδηγούνται σε ισχυρότερες συνδέσεις μεταξύ των γνωστικών σχημάτων που δομούν.

Βοηθητικά, για την ερώτηση αυτή, οι μαθητές προτείνεται να χρησιμοποιήσουν το σχετικό αρχείο «λύνοντας σύνθετες εκθετικές εξισώσεις». Στο αρχείο αυτό υπάρχει η συνάρτηση  $f(x)=a^x$ , ως συνάρτηση αναφοράς η οποία μπορεί να αφαιρεθεί από τον μαθητή, κρίνοντας ο τελευταίος ότι τον μπερδεύει. Όταν επιπλέον εμφανίζει ο μαθητής την «λύση εξίσωσης» παρουσιάζονται δύο επιλογές για το πρώτο μέλος της εξίσωσης, οι συναρτήσεις  $s(x)=a^{-x}$  και  $g(x)=(1/a)^x$  με στόχο την υπενθύμιση (και ισχυροποίηση του αντίστοιχου σχήματος) στους μαθητές ότι πρόκειται για την ίδια συνάρτηση.

Φύλλα εργασίας:

1. [fyllo\\_ergasias\\_3.1.docx](#)

## 1. Υλοποίηση της φάσης 3

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 80**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/5763/125#10351>

## 2. Λύνοντας σύνθετες εκθετικές εξισώσεις

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου: 34**

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/5763/125#10358>

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ.



**Διευκρίνιση:** Το παρόν αρχείο αναφέρεται στην ερώτηση 5 του φύλλου εργασίας

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα - Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.Π.Ε.Θ.