

Ενδεικτικό Φύλλο Εργασίας 3. **Πράξεις Διανυσμάτων - Ανάλυση διανύσματος σε δύο συνιστώσες**

Όνοματεπώνυμο:

Τάξη – Τμήμα:

Ημερομηνία:

Ανοίξτε το αρχείο **3_ Διανύσματα_Αθρ_Διαφ**

Εργασία 1 Κάντε κλικ στο κουμπί **“Ηρων”**. Στο σχήμα:

- ✓ Η ευθεία ϵ_1 ορίζεται από τα **τυχαία** σημεία **A** , **Δ**
- ✓ Η ευθεία ϵ είναι **οριζόντια** και κινείται όταν σύρεται το σημείο **A**.
- ✓ Το σημείο **B** κινείται πάνω στην ευθεία ϵ και δεξιά του σημείου **A**.

Σύρετε με το ποντίκι το σημείο του δρομέα **“n”** πάνω, στη θέση **1**

- ✓ Πάνω στην ευθεία ϵ και δεξιά του σημείου **A** μετακινείται το κόκκινο σημείο **Σ** (σύρετε το σημείο **Σ** δεξιά)
- ✓ Σύροντας το σημείο **A** προς τα πάνω, διαπιστώνουμε την κίνηση της ευθείας ϵ' παράλληλα προς την ευθεία ϵ (σύρετε το σημείο **A** πάνω)

Διαβάστε το πρόβλημα, το οποίο πρώτος έλυσε ο **‘Ηρων ο Αλεξανδρεύς**, τον 1^ο π.χ. αιώνα.

- i. Σύρετε με το ποντίκι το σημείο του δρομέα **“n”** μία θέση πάνω, στη θέση **2**. Παρακολουθείστε τις ταυτόχρονες κινήσεις της ευθείας ϵ' και του σημείου **Σ** πάνω στην ϵ' . Ποια η τροχιά του σημείου **Σ**; Πως μπορούμε να συμβολίσουμε κίνηση του σημείου **Σ**;

Απάντηση:

.....

- ii. Σύρετε με το ποντίκι το σημείο του δρομέα **“n”** μία θέση πάνω, στη θέση **3**. Πόσες κινήσεις κάνει ταυτόχρονα το σημείο **Σ** (περιγράψτε τις κινήσεις του σημείου **Σ**); Πως μπορούμε να τις συμβολίσουμε;

Απάντηση:

.....

- iii. Σύρετε με το ποντίκι το σημείο του δρομέα **“n”** μία θέση πάνω, στη θέση **4**. Τι μπορούμε να πούμε για τη σχέση των διανυσμάτων $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{A'S}$, \overrightarrow{AS} ;

Απάντηση:

.....

- iv. Σύρετε με το ποντίκι το σημείο του δρομέα **“n”** μία θέση πάνω, στη θέση **5**. Τι μπορούμε να πούμε για τη σχέση των διανυσμάτων $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{A'A''}$, \overrightarrow{AS} ;

Απάντηση:

.....
Εργασία 2 Κάντε κλικ στο κουμπί **“Άθροισμα – Διαφορά διαδοχικών”** και παρακολουθείστε την κίνηση.

i. Είναι: $\vec{AB} + \vec{BG} = \vec{AG}$. Συμπληρώστε τον **ορισμό**:

Ορισμός: Το **άθροισμα διαδοχικών διανυσμάτων** είναι το
 με αρχή την και πέρας
 το

ii. Σύρετε με το ποντίκι το σημείο **Γ** πριν το σημείο **Β**.

Είναι: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$. Συμπληρώστε τον **ορισμό**:

Ορισμός: Η διαφορά $\vec{a} - \vec{b}$ του διανύσματος \vec{b} από το διάνυσμα \vec{a} είναι
 το

Εργασία 3 Το άθροισμα δύο διανυσμάτων βρίσκεται και με το λεγόμενο **κανόνα του παραλληλογράμμου**. Κάντε κλικ στο κουμπί **“Κανόνας Παραλληλογράμμου”**.

i. Σύρετε το σημείο **Γ** πάνω στο σημείο **Β**. Συμπληρώστε τη σχέση:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{AB} + \vec{GD} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

ii. Σύρετε το σημείο **Β** πάνω στο σημείο **Α**. Συμπληρώστε τη σχέση:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{AB} + \vec{GD} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

iii. Σύρετε το σημείο **Δ** πάνω στο σημείο **Β**. Συμπληρώστε τη σχέση:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{AB} - \vec{GD} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

iv. Σύρετε το σημείο **Α** πάνω στο σημείο **Δ’**. Συμπληρώστε τη σχέση:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{AB} - \vec{GD} = \dots\dots\dots$$

Συμπέρασμα: Το **άθροισμα** δύο διανυσμάτων με κοινή αρχή, είναι το διάνυσμα με αρχή
 και πέρας, ενώ η **διαφορά**
 είναι το διάνυσμα με αρχή
 και πέρας

Ορισμός: Το άθροισμα των διανυσμάτων \vec{a}, \vec{b} ονομάζεται και **συνισταμένη** των διανυσμάτων \vec{a}, \vec{b} και τα διανύσματα \vec{a}, \vec{b} ονομάζονται **συνιστώσες** του αθροίσματος.

Εργασία 4 Κάντε κλικ στο κουμπί **“Αριθμός επί Διάνυσμα”**.

i. Σύρετε το σημείο του δρομέα προς τα πάνω σε κάποια θετική τιμή. Συγκρίνετε τα διανύσματα \vec{a}, \vec{b} και συμπληρώστε τη πρόταση:

Το γινόμενο **θετικού αριθμού λ επί διάνυσμα** $\vec{\alpha}$ είναι

.....

- ii.** Σύρετε το σημείο του δρομέα προς τα κάτω σε κάποια αρνητική τιμή. Συγκρίνετε τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ και συμπληρώστε τη πρόταση:

Το γινόμενο **αρνητικού αριθμού λ επί διάνυσμα** $\vec{\alpha}$ είναι

.....

- iii.** Τι συμπεραίνουμε γενικά για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ από τη σχέση:

$$\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \vec{\beta} \neq \vec{0} \text{ και } \lambda \in \mathbb{R}$$

Απάντηση:

.....

- iv.** Ισχύει το αντίστροφο του προηγούμενου συμπεράσματος; Αν ναι, προσπαθείστε να το αποδείξετε.

Απάντηση:

.....

- v.** Συγχωνεύστε τις σχέσεις των προηγούμενων ερωτήσεων **iii.** και **iv.** σε μία συνθήκη:

Απάντηση:

.....

Εργασία 5 Κάντε κλικ στο κουμπί **“Ανάλυση σε δύο Συνιστώσες”**. Σύρετε τα σημεία **A** , **B** για να μεταβάλετε τα χαρακτηριστικά του διανύσματος \vec{AB} . Περιστρέψτε το σημείο **M**. και συμπληρώστε τη πρόταση:

Για να **αναλύσουμε ένα διάνυσμα σε δύο συνιστώσες** αρκεί να

.....

Κλείστε το αρχείο **3_ Διανύσματα_Αθρ_Διαφ**