

Ενδεικτικό Φύλλο Εργασίας 5. **Συντεταγμένες στο Επίπεδο**

Όνοματεπώνυμο:

Τάξη – Τμήμα:

Ημερομηνία:

Εργασία 1 Ανοίξτε το αρχείο **5_Διανύσματα_Συντεταγμένες**. Κάντε κλικ στο κουμπί **“Άξονας”**. Βλέπετε μία ευθεία $x'x$, πάνω στην οποία επιλέξαμε ένα τυχαίο σημείο **O** και το διάνυσμα \vec{i} με αρχή το σημείο **O** και μέτρο **1**.

Ορισμός: Άξονας ονομάζεται κάθε ευθεία πάνω στην οποία έχουμε επιλέξει ένα τυχαίο σημείο **O** ως αρχή και **μοναδιαίο διάνυσμα** \vec{i} με αρχή το σημείο **O**. Η ημιευθεία Ox ονομάζεται **θετικός ημιάξονας Ox**, ενώ η ημιευθεία Ox' ονομάζεται **αρνητικός ημιάξονας Ox'**.

i. Σύρετε με το ποντίκι το σημείο **O** δεξιά. Σύρετε με το ποντίκι το σημείο **M** αριστερά του **O**.

*** Με κλικ στο σημείο **M** και διαδοχικά πατήματα στο αριστερό ή το δεξί βελάκι του πληκτρολογίου παρατηρούμε ακέραιους, κλάσματα, ρίζες, πολλαπλάσια του αριθμού π , πολλαπλάσια του αριθμού e ***

Παρατηρούμε ότι σε κάθε σημείο του άξονα αντιστοιχεί ένας πραγματικός αριθμός που λέγεται **τετμημένη**. Πως προκύπτει αυτός ο αριθμός σε σχέση με τα διανύσματα \vec{i}, \vec{OM} ;

Απάντηση:

.....

ii. Αν θεωρήσουμε τυχαίο πραγματικό αριθμό πως μπορούμε να εντοπίσουμε το αντίστοιχο σημείο πάνω στον άξονα (**αντίστροφο** προηγούμενου ερωτήματος);

Απάντηση:

.....

Εργασία 2 Κάντε κλικ στο κουμπί **“Ζεύγος”**. Παρατηρείτε την περιστροφή του άξονα $x'x$ κατά **90°** και κατά τη **θετική** φορά περιστροφής. Δημιουργείται ο κατακόρυφος άξονας $y'y$ με αρχή το σημείο **O** και **μοναδιαίο διάνυσμα** \vec{j} .

Ορισμός: Δύο άξονες με κοινή αρχή **O**, ένας οριζόντιος και ένας κατακόρυφος, πάνω στους οποίους έχουν οριστεί τα **μοναδιαία διανύσματα** \vec{i} και \vec{j} αντίστοιχα, αποτελούν ένα **Ορθοκανονικό Σύστημα Συντεταγμένων στο επίπεδο**.

Σύρετε με το ποντίκι το σημείο **O** δεξιά ή αριστερά. Σύρετε με το ποντίκι το σημείο **O** πάνω ή κάτω. Ο πραγματικός αριθμός που αντιστοιχεί σε κάθε σημείο του άξονα $y'y$ λέγεται **τεταγμένη**. Η τετμημένη του σημείου

M_1 και η τεταγμένη του σημείου M_2 δημιουργούν ένα **διατεταγμένο ζεύγος** τιμών το οποίο βλέπετε δίπλα στο κουμπί **“Ζεύγος”**. Κάντε κλικ διαδοχικά στα κουμπιά **1** , **2** , **3**. Εντοπίζουμε το σημείο M του επιπέδου με τετμημένη την τετμημένη του σημείου M_1 και η τεταγμένη την τεταγμένη του σημείου M_2 (η τετμημένη και η τεταγμένη λέγονται **συντεταγμένες** του σημείου M)

i. Περιγράψτε τη διαδικασία εντοπισμού του σημείου M του επιπέδου.

Βήμα 1ο:.....

Βήμα 2ο:

Βήμα 3ο:.....

ii. Γιατί το σημείο που αντιστοιχεί σε ένα διατεταγμένο ζεύγος πραγματικών αριθμών είναι μοναδικό;

Απάντηση:

.....

iii. Βρείτε τα σημεία του επιπέδου με συντεταγμένες: $(\frac{3}{2}, \frac{10}{3})$, $(-3, \sqrt{15})$, $(-\pi, -\pi)$, $(4, -4)$.

Εργασία 3 Κάντε κλικ στο κουμπί **“Ζεύγος”** για να το αποεπιλέξετε και μετά κλικ στο κουμπί **“Σημείο”**. Εμφανίζεται ένα σημείο M του επιπέδου. Σύρετε το σημείο M για να διαπιστώσετε ότι είναι τυχαίο σημείο του επιπέδου. Κάντε κλικ διαδοχικά στα κουμπιά **1** , **2** , **3**.

i. Περιγράψτε τη διαδικασία εύρεσης των συντεταγμένων τυχαίου σημείου M του επιπέδου.

Βήμα 1ο:.....

Βήμα 2ο:

Βήμα 3ο:.....

ii. Γιατί οι συντεταγμένες του σημείου M είναι μοναδικές;

Απάντηση:

.....

iii. Κάντε κλικ στο κουμπί **3** για να το αποεπιλέξετε, μεταφέρετε το σημείο M και στα άλλα τεταρτημόρια και βρείτε τις συντεταγμένες του.

Εργασία 4 Κάντε κλικ στο κουμπί **“Σημείο”** για να το αποεπιλέξετε και μετά κλικ στο κουμπί **“Διάνυσμα”**. Σύρετε την αρχή A του διανύσματος $\overline{AB} = \vec{a}$ πάνω στην αρχή των αξόνων O .

****Το διάνυσμα \overline{AB} μετακινείται με σύρσιμο από ένα εσωτερικό του σημείο και μεταβάλλεται με σύρσιμο της αρχής του A ή του πέρατός του B ****

i. Εκφράστε το διάνυσμα \vec{a} ως άθροισμα (γραμμικό συνδυασμό):

$$\vec{a} = \dots\dots\dots$$

- ii. Ποιος ο γενικός τύπος του παραπάνω γραμμικού συνδυασμού για $B'(x,y)$;

$$\vec{a} = \dots\dots\dots$$

- iii. Από τον παραπάνω γραμμικό συνδυασμό προκύπτει ότι:

"Δύο διανύσματα είναι **ίσα** αν και μόνο αν
"

Εργασία 5 Κάντε κλικ στο κουμπί "**Διάνυσμα**" για να το αποεπιλέξετε και μετά κλικ στο κουμπί "**Συντελεστής Διεύθυνσης**". Σύρετε την αρχή **A** του διανύσματος $\vec{AB} = \vec{a}$ πάνω στην αρχή των αξόνων **O**.

- i. Κάντε κλικ στο σημείο **K** και παρακολουθείστε τον τρόπο σχηματισμού της γωνίας ω (για επανάληψη σύρετε το σημείο **K** τέρμα κάτω και κάντε πάλι κλικ πάνω του). Η γωνία ω ονομάζεται γωνία του διανύσματος \vec{a} με τον άξονα $x'x$. Περιγράφοντας το σχηματισμό της γωνίας ω συμπληρώστε τον ορισμό:

Γωνία διανύσματος \vec{a} με τον άξονα $x'x$ ονομάζεται η γωνία

- ii. Σύρετε το πέρας **B** του διανύσματος \vec{AB} ώστε το σημείο **B'** να είναι στο δεύτερο τεταρτημόριο και κάντε κλικ στο σημείο **K**. Σύρετε το πέρας **B** του διανύσματος \vec{AB} ώστε το σημείο **B'** να είναι στο τρίτο τεταρτημόριο και κάντε κλικ στο σημείο **K**. Ποια η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της γωνίας ω ;

Απάντηση:

- iii. Σύρετε το πέρας **B** του διανύσματος \vec{AB} ώστε το σημείο **B'** να έχει τετμημένη **3** και τεταγμένη **4** και κάντε κλικ στο σημείο **K**. Ο αριθμός **λ** λέγεται **συντελεστής διεύθυνσης** του διανύσματος \vec{a} . Σύρετε το πέρας **B** του διανύσματος \vec{AB} ώστε το σημείο **B'** να έχει τετμημένη **3** και τεταγμένη $\sqrt{3}$ και κάντε κλικ στο σημείο **K**. Σύρετε το πέρας **B** του διανύσματος \vec{AB} ώστε το σημείο **B'** να έχει τετμημένη **-3** και τεταγμένη $\sqrt{27}$ και κάντε κλικ στο σημείο **K**. Σύρετε το πέρας **B** του διανύσματος \vec{AB} ώστε το σημείο **B'** να έχει τετμημένη **3** και τεταγμένη $-\sqrt{3}$ και κάντε κλικ στο σημείο **K**.

Συμπληρώστε τον ορισμό για διάνυσμα γενικά με πέρας $B'(x,y)$:

Συντελεστής διεύθυνσης διανύσματος \vec{a} ονομάζεται ο αριθμός **λ** που ισούται με:.....

Κλείστε το αρχείο **5_Διανύσματα_Συντεταγμένες**