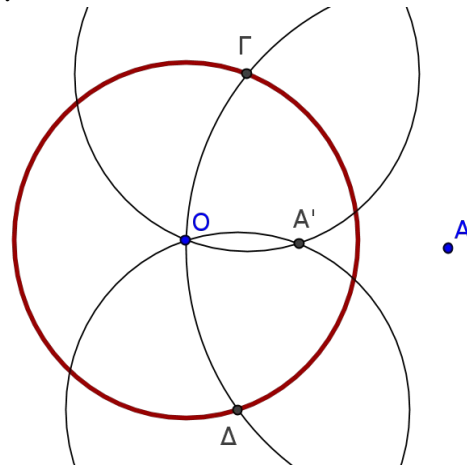


1. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται μια μέθοδος για την κατασκευή του συμμετρικού του  $A$  ως προς κύκλο  $(O,r)$  με χρήση μόνο του διαβήτη, με την προϋπόθεση ότι ο κύκλος  $(A,AO)$  τέμνει τον κύκλο  $\kappa$ .

Τα βήματα είναι τα εξής:

1. Σχεδιάζουμε τον κύκλο  $(A,AO)$
2. Αν ο παραπάνω κύκλος τέμνει τον  $\kappa$  στα  $\Gamma, \Delta$ , γράφουμε τους κύκλους  $(\Gamma,\Gamma O)$  και  $(\Delta,\Delta O)$ .
3. Το δεύτερο κοινό σημείο  $A'$  των κύκλων  $(\Gamma,\Gamma O), (\Delta,\Delta O)$  είναι το συμμετρικό του  $A$  ως προς  $\kappa$ .



Αποδείξτε την ορθότητα της κατασκευής.

2. Αποδείξτε ότι δύο διαδοχικές αντιστροφές με το το ίδιο κέντρο και ακτίνες  $R_1$  και  $R_2$  έχουν ως αποτέλεσμα μια ομοιοθεσία του επιπέδου με λόγο  $(R_2/R_1)^2$

3. **Θεώρημα Miquel:** Αν τρεις κύκλοι τέμνονται ανά δύο και έχουν ένα κοινό σημείο, τότε το καμπυλόγραμμο τρίγωνο που ορίζουν τα άλλα τρία σημεία έχει άθροισμα γωνιών  $180^\circ$ .

4. Δίνεται ημικύκλιο διαμέτρου  $AB=3a$ , και τα ημικύκλια διαμέτρων  $AG=a$  και  $GB=2a$  εσωτερικά του ημικυκλίου  $AB$ . Να βρεθεί η ακτίνα του κύκλου που εφάπτεται των παραπάνω ημικυκλίων.