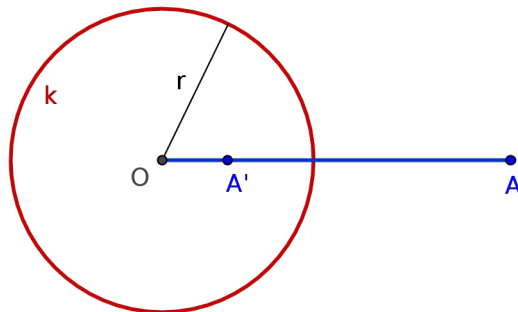


ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ

Σύνοψη των βασικών προτάσεων και τύπων

$$\text{Όταν } OA \cdot OA' = r^2 \quad (1)$$

Συμφωνούμε να λέμε ότι τα σημεία A και A' είναι συμμετρικά ως προς τον κύκλο κ .



Θεώρημα 1. Αν ο κύκλος q διέρχεται από τα διακριτά σημεία A και A' , συμμετρικά ως προς τον κύκλο κ , τότε οι κύκλοι κ και q είναι μεταξύ τους ορθογώνιοι.

Θεώρημα 2. Αν οι κύκλοι κ και q είναι μεταξύ τους ορθογώνιοι, τότε μια ευθεία που διέρχεται από το κέντρο O του κ και τέμνει τον q , τον τέμνει σε σημεία συμμετρικά ως προς κ .

Θεώρημα 3. Δοθέντος ενός τριγώνου OAB όπου O είναι το κέντρο ενός κύκλου κ , και σημείων A' και B' συμμετρικών των A και B ως προς τον κ , τότε $\angle OAB = \angle OB'A'$ και $\angle OBA = \angle OA'B'$

Οι απόσταση μεταξύ αντίστροφων σημείων είναι $A'B' = \frac{r^2}{OA \cdot OB} AB \quad (3)$

Θεώρημα 4. Μια ευθεία που δεν διέρχεται από τον πόλο αντιστροφής, μετασχηματίζεται με αντιστροφή σε κύκλο που διέρχεται από τον πόλο αντιστροφής.

Θεώρημα 5. Η αντιστροφή μεταφέρει έναν κύκλο που διέρχεται από τον πόλο αντιστροφής, σε μια ευθεία γραμμή η οποία δεν διέρχεται από τον πόλο αντιστροφής.

Θεώρημα 6. Η αντιστροφή απεικονίζει έναν κύκλο που δεν διέρχεται από τον πόλο αντιστροφής σε έναν ομοιόθετο κύκλο ο οποίος επίσης δεν περνά από τον πόλο αντιστροφής.

Ο λόγος ομοιοθεσίας είναι $\lambda = \frac{r^2}{g}$ (6.1) Οι ακτίνες συνδέονται με τη σχέση

$\rho' = \frac{r^2}{g} \rho$ (6.2) , όπου g η δύναμη του πόλου αντιστροφής, ως προς τον αντιστρεφόμενο κύκλο.

Θεώρημα 7. Τα σημεία τομής δυο κύκλων p και q , ορθογώνιων ως προς τον κύκλο κ , είναι συμμετρικά ως προς κ .

Θεώρημα 8. Αν M και M' είναι δυο σημεία συμμετρικά ως προς τον κύκλο κ πάνω σε δυο καμπύλες m και m' , επίσης συμμετρικών ως προς κ , τότε οι εφαπτόμενες των m, m' στα σημεία M και M' είναι η κάθε μια κάθετη στην ευθεία MM' ή ορίζουν με αυτήν την ευθεία ισοσκελές τρίγωνο με βάση το τμήμα MM' .

Θεώρημα 9. Η αντιστροφή διατηρεί τις γωνίες.

Θεώρημα 10. Αν τα σημεία A και B , είναι συμμετρικά ως προς κύκλο κ , και αντιστρέψουμε όλη των κατασκευή ως προς ένα νέο κύκλο ω , τότε τα αντίστροφα A' και B' των A και B ως προς ω , είναι συμμετρικά ως προς το αντίστροφο κ' του κύκλου κ ως προς ω .